



大地測量/GNSS課程

坐標系統 (Coordinate Systems)

張嘉強

健行科技大學
應用空間資訊系

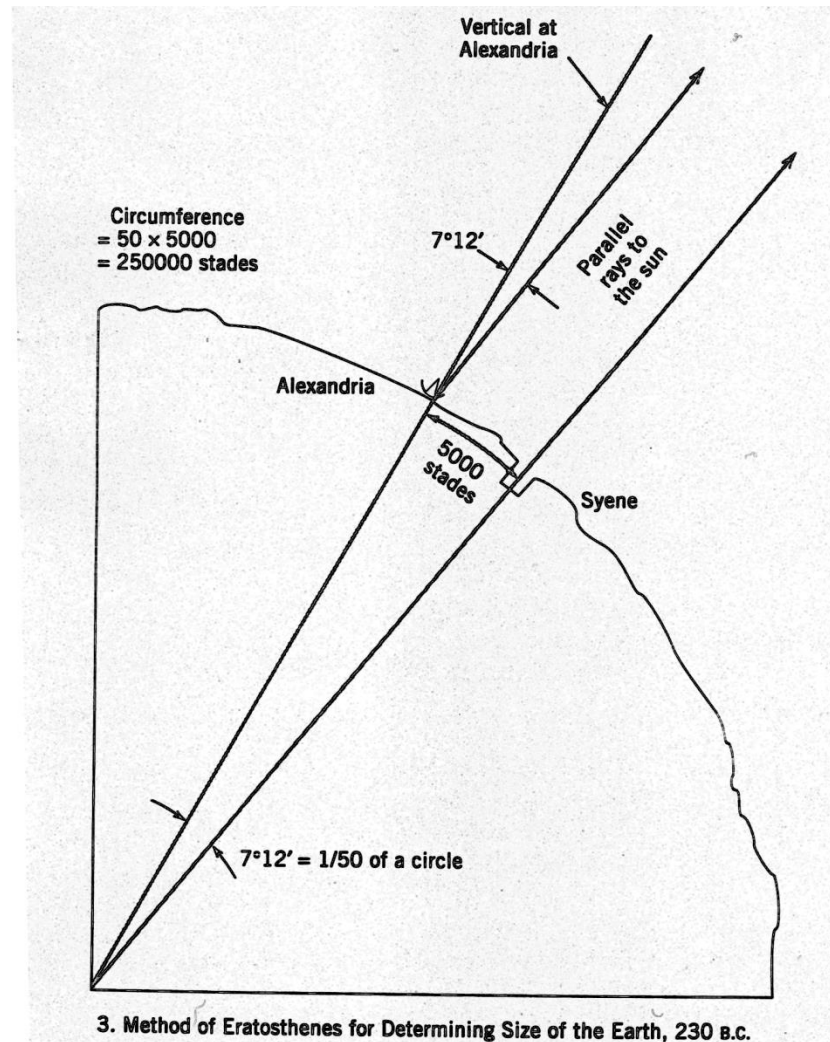




測量地球的歷史

230 B. C. 希臘哲學家
Eratosthenes:

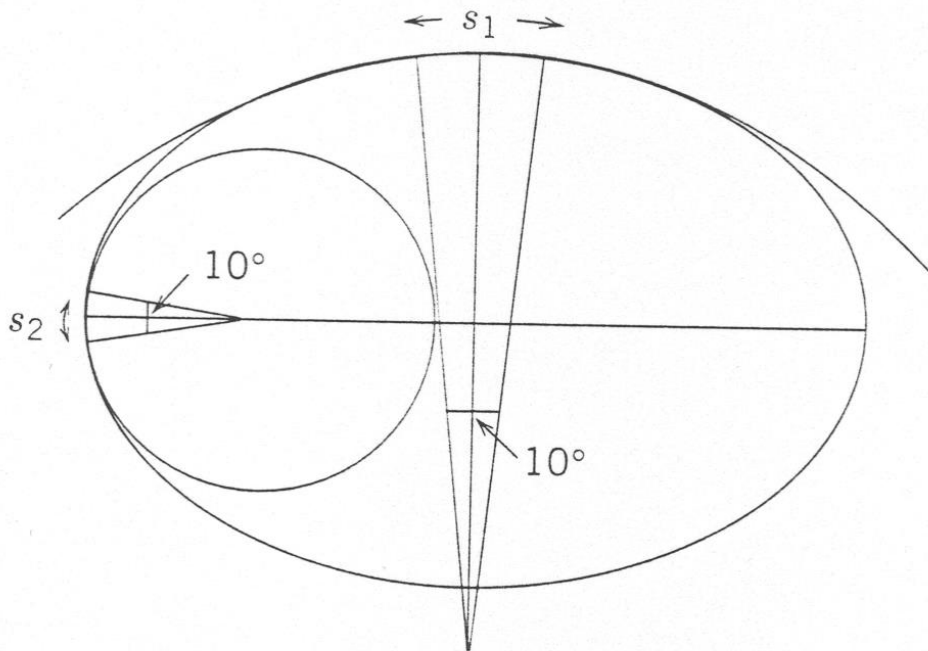
- 假設地球為一個球體
- 在埃及選定子午線上二點(經度約差 3°)
- 量測二點間的距離長度
- 利用太陽下之影子長度來量測角度



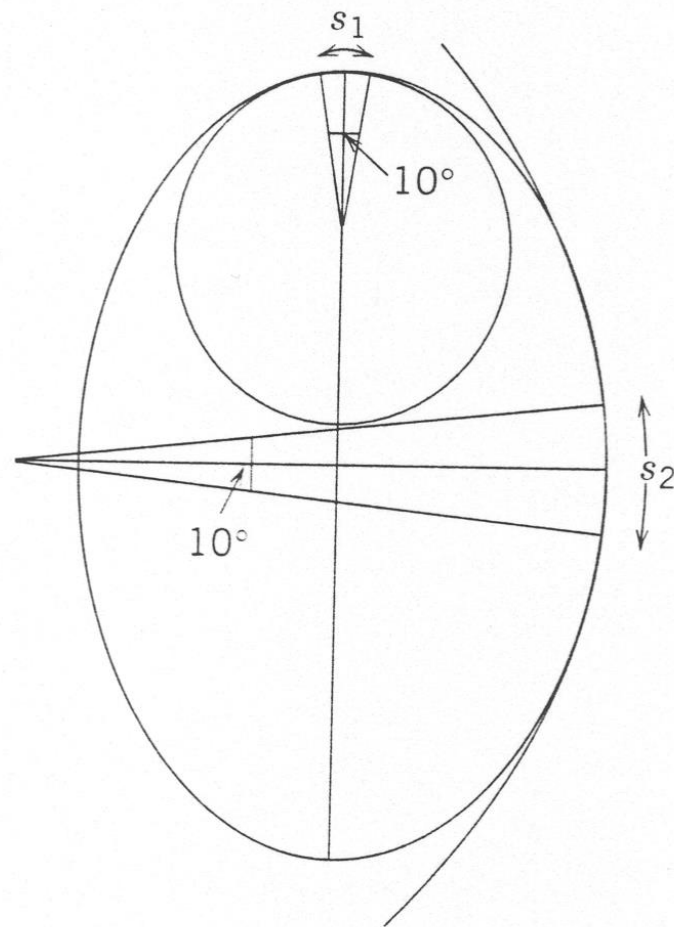


地球形狀像南瓜或雞蛋

17世紀初葉



(b) Oblate $s_1 > s_2$



(a) Prolate $s_2 > s_1$

Newton重力理論(England)

Cassini弧長資料(France)





實地測量驗證

Lapland ($\approx 1730s$)

Pierre-Louis de Maupertuis

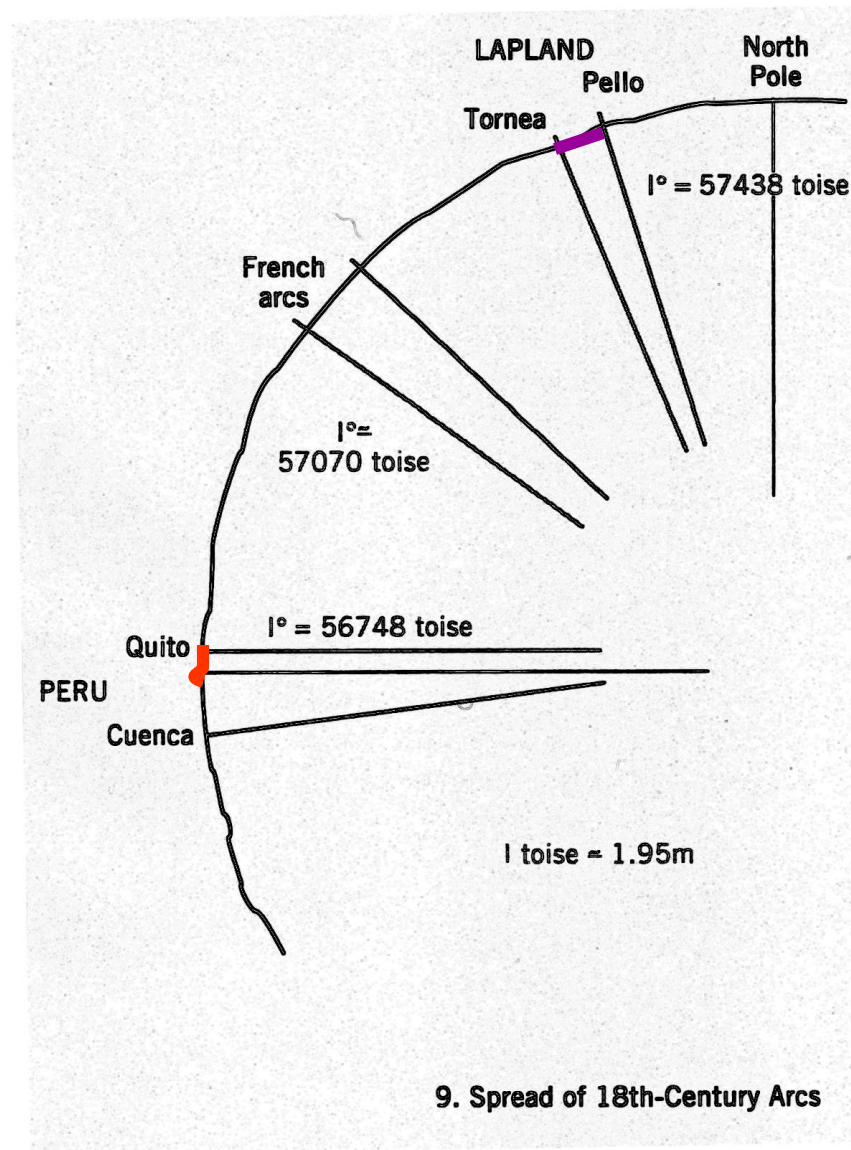
Alexis-Claude Clairault

Anders Celsius

Peru ($\approx 1730s$)

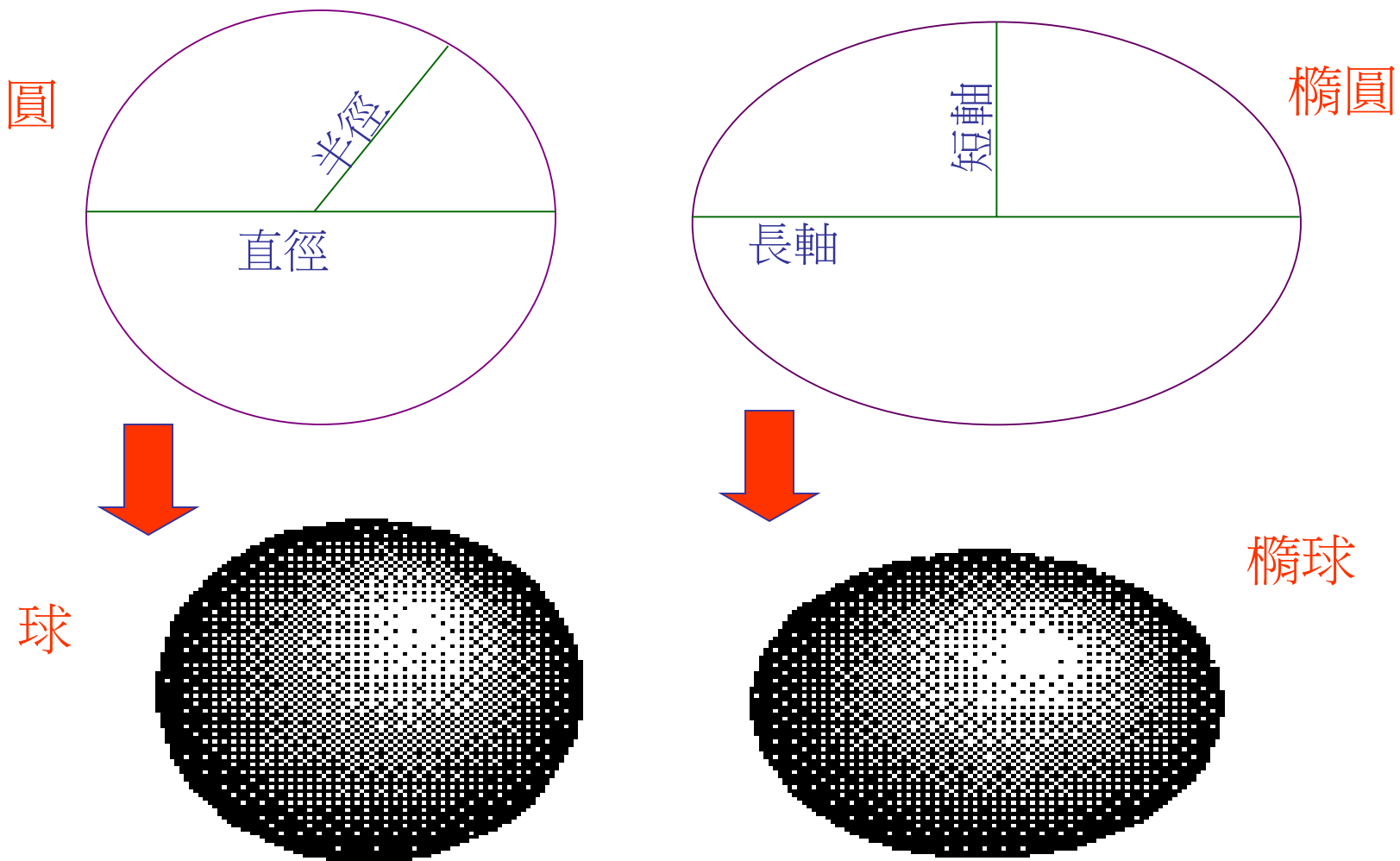
Pierre Bouguer

Charles-Marie de la Condamine





地球的形狀

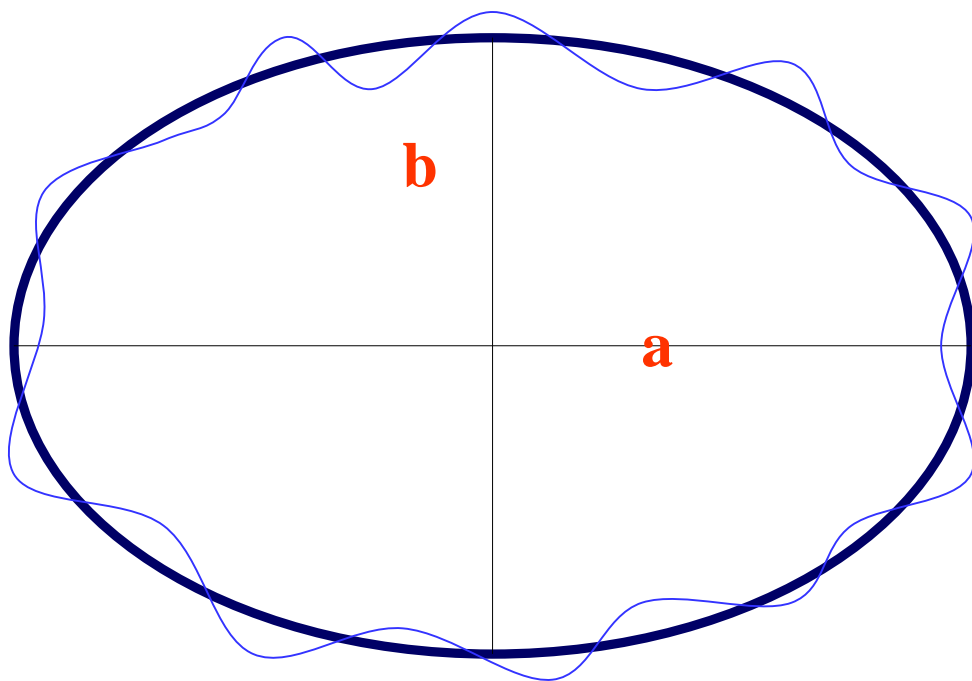


較為精確的地球形狀代表





橢球體的幾何參數



長半徑：a

短半徑：b

扁率： $f = (a - b) / a$





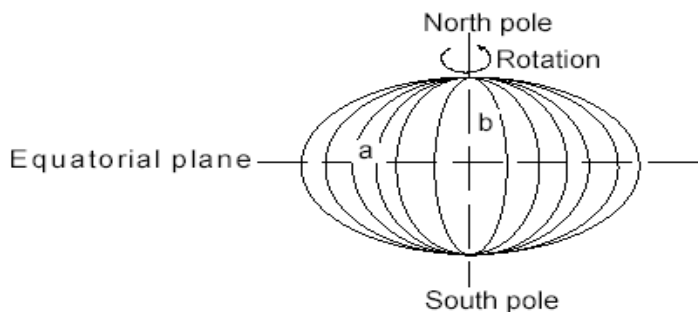
橢球體大小的演變

橢球體	長半徑 (km)	1/f
Eratosthenes 230 BC	5 950	∞ (sphere assumed)
French experiment 1730s	6 376.568	310.3
Clarke 1858	6 378.293	294.3
Hayford 1924	6 378.388	297.0
Krassowsky 1940	6 378.245	298.3
GRS67(虎子山系統)	6 378.160	298.247 167 4273
WGS72	6 378.135	298.26
GRS80(TWD97系統)	6 378.137	298.257 222 101
WGS84(GPS系統)	6 378.137	298.257 223 563



地球形狀的表示

$$f = \frac{a-b}{a}$$

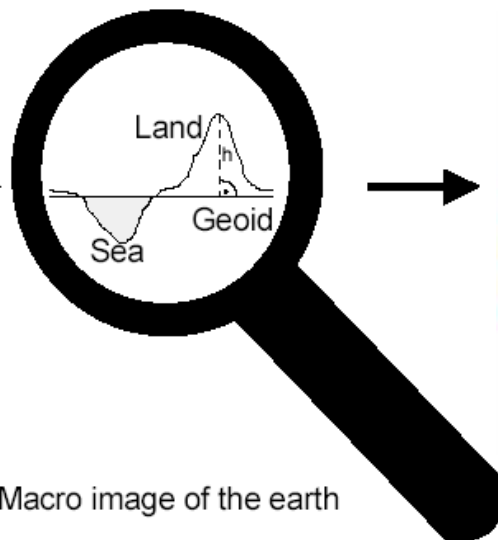


幾何性-橢球面

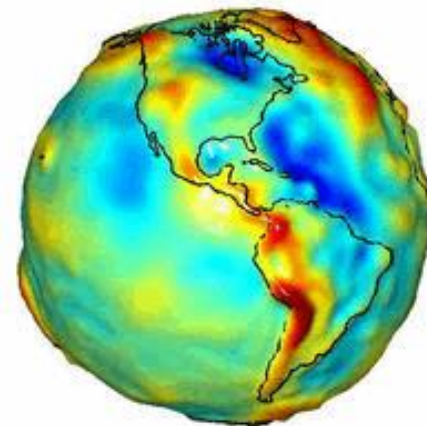
物理性-大地水準面



Earth



Macro image of the earth

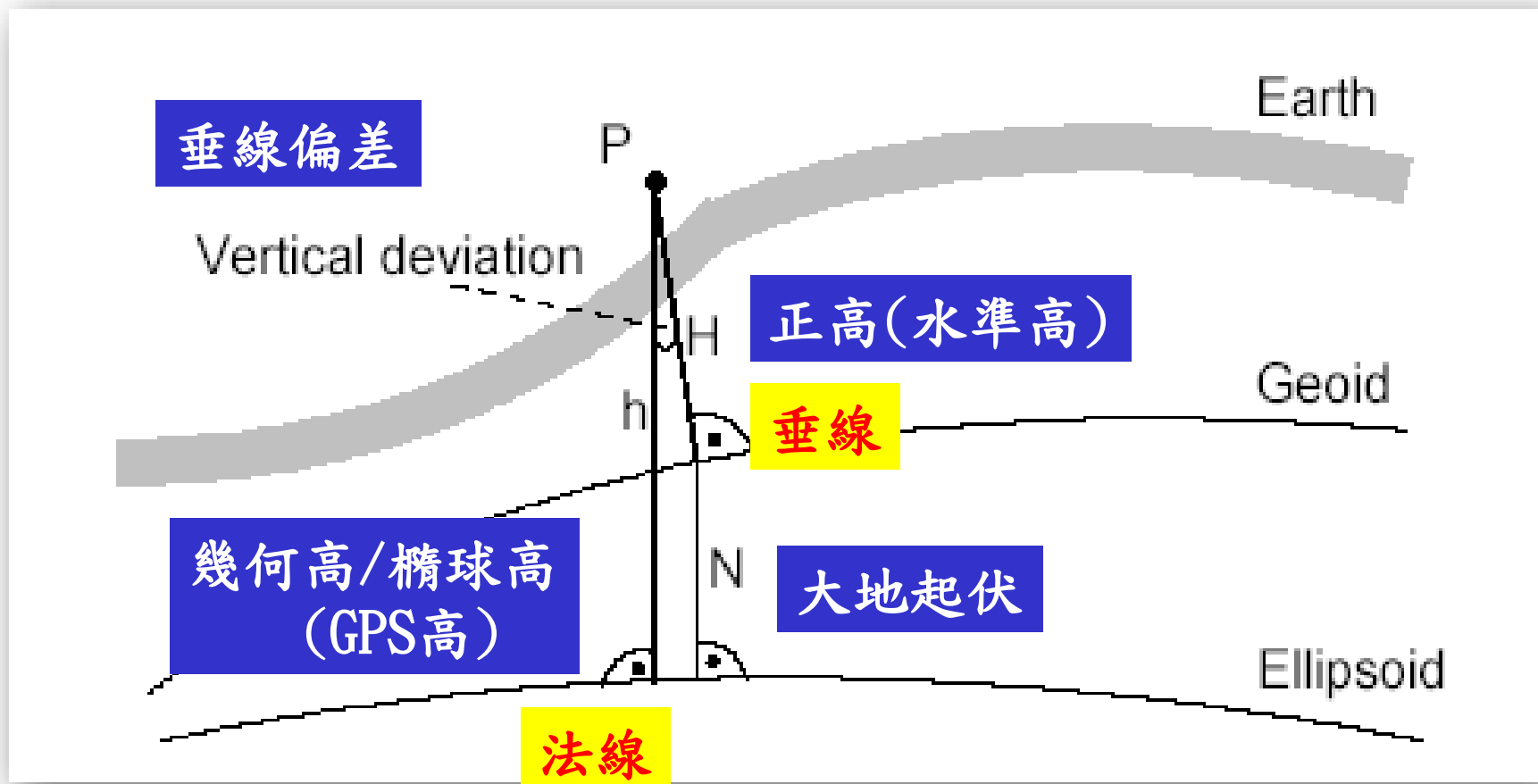


Geoid (exaggerated form)





地球形狀面的關聯性





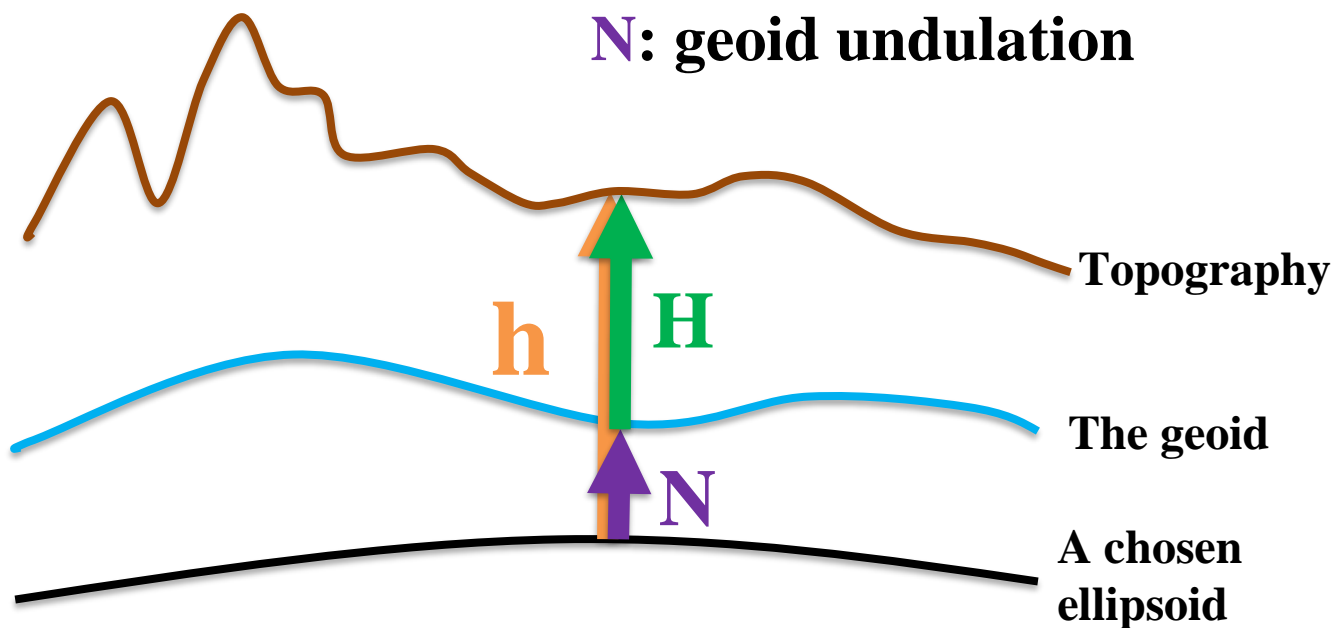
高程與大地水準面及橢球面

$$h = H + N$$

h: ellipsoidal height (from GNSS)

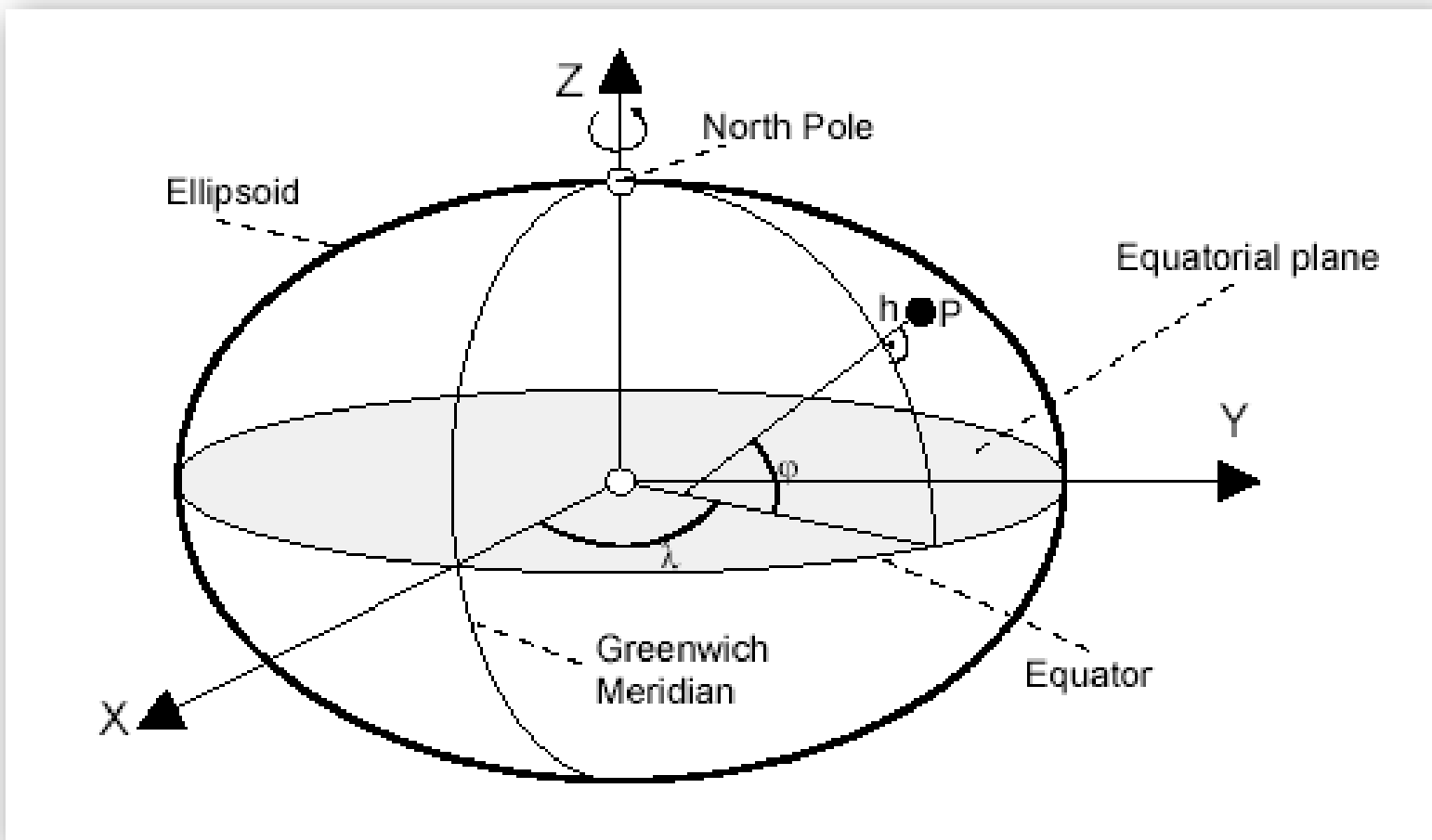
H: orthometric height (from levelling)

N: geoid undulation





慣用坐標系 - 全球性



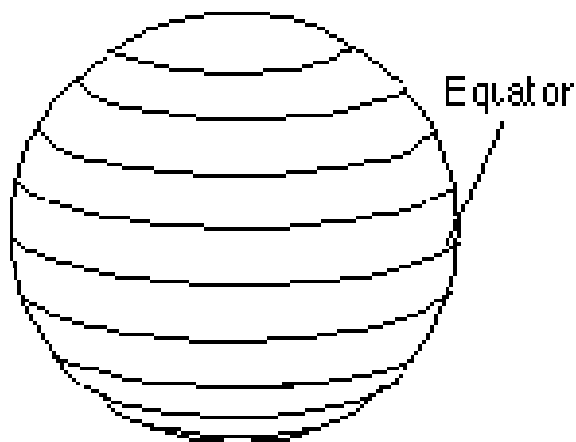
橢球/大地坐標(經度, 緯度, 高度)





坐標網格

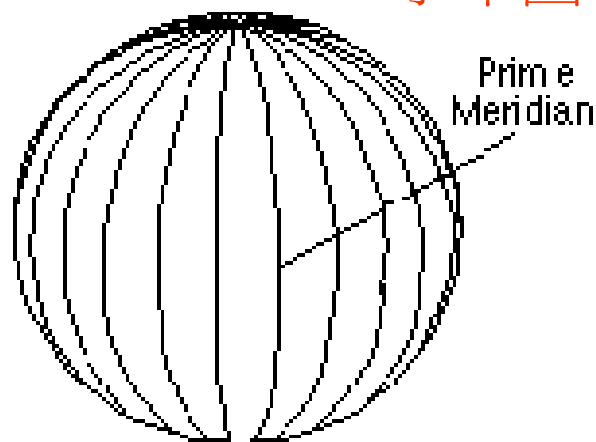
赤道



Parallels of Latitude

緯線

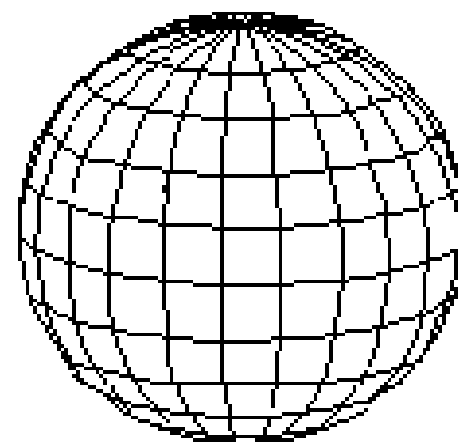
子午圈



Meridians of Longitude

經線

平行圈



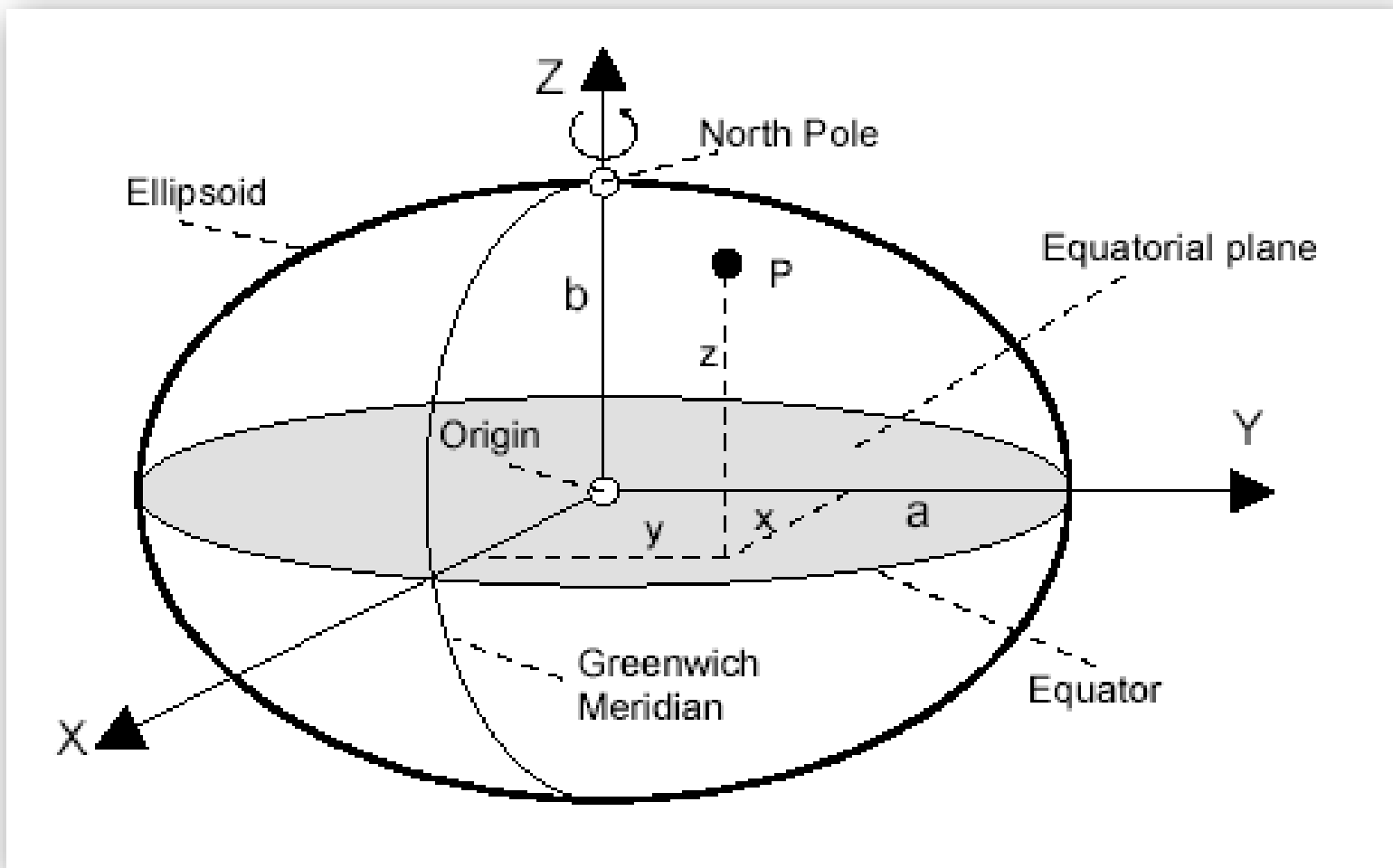
Graticular Network

經緯線網





慣用坐標系 - 全球性

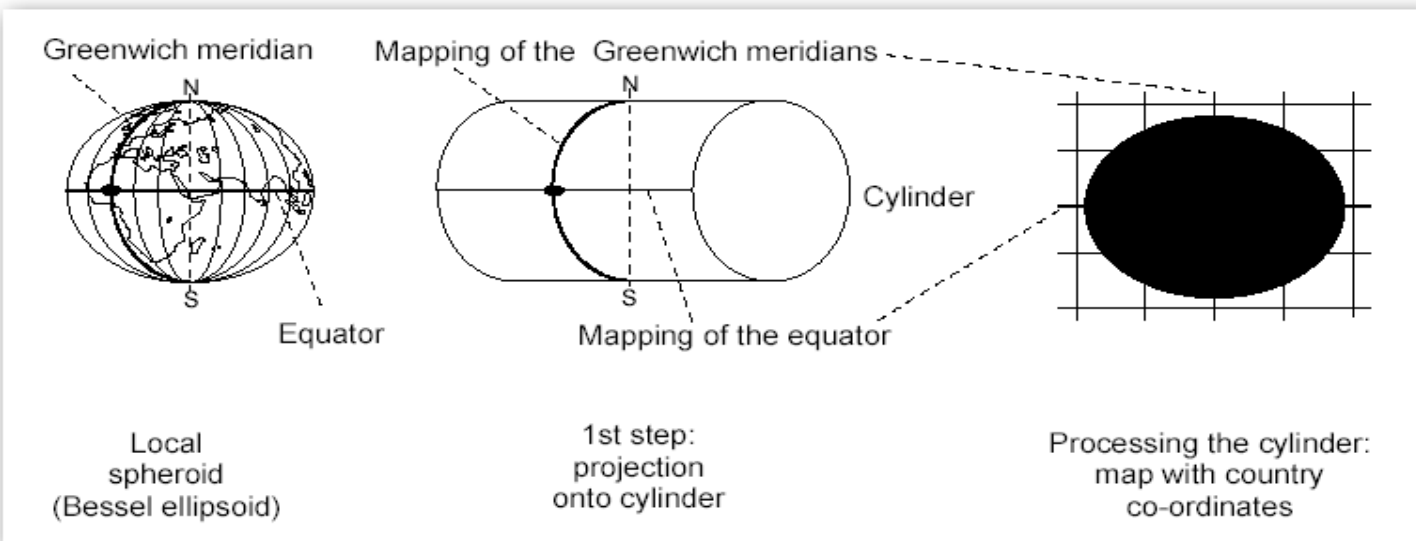


三維直角/卡氏/ECEF坐標(X, Y, Z)

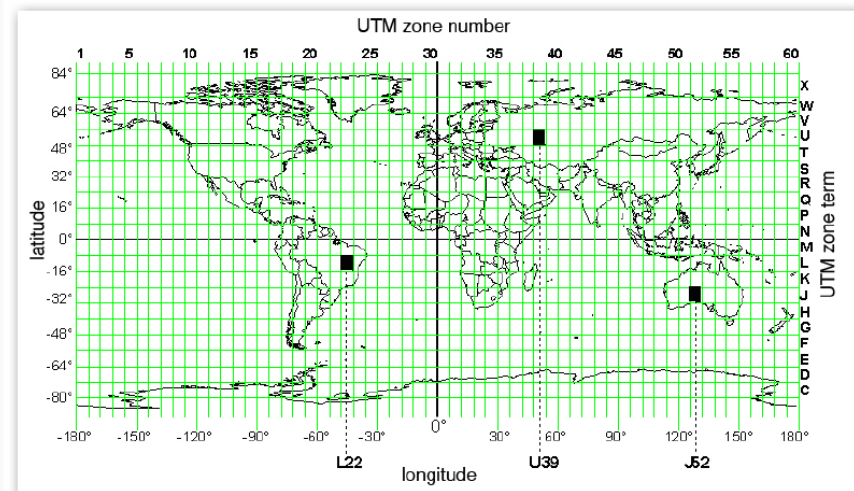
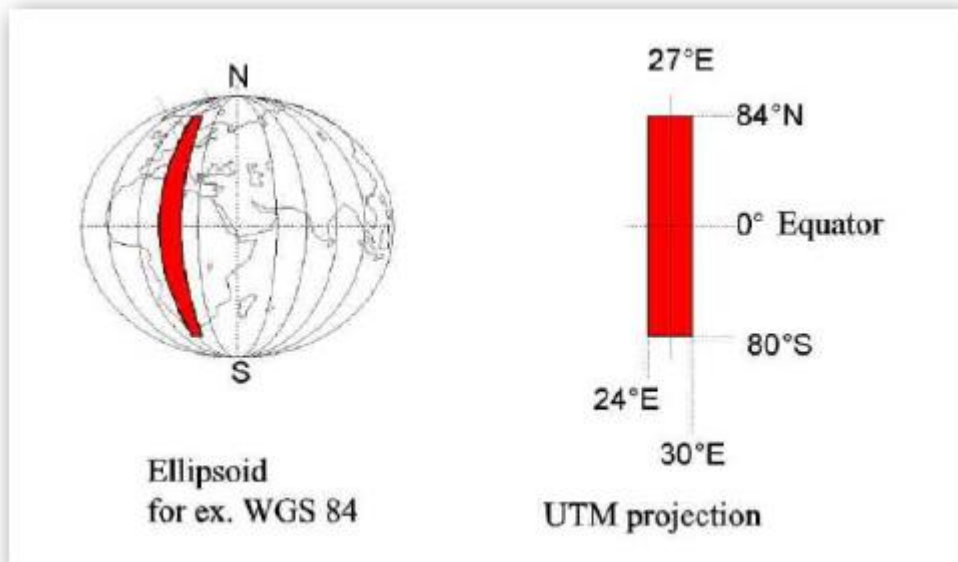




慣用坐標系-地區性



平面投影/
縱橫線坐標
(x, y / N, E)

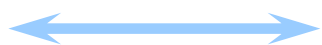




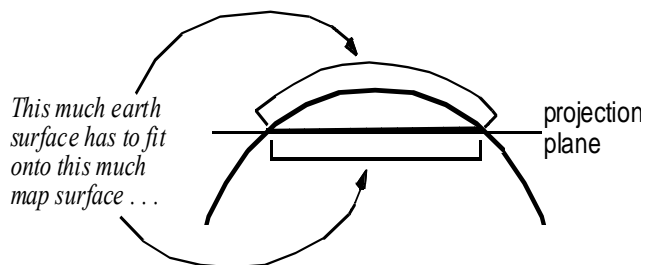
地圖投影的原理

• 3-D球面與2-D平面間的數學轉換

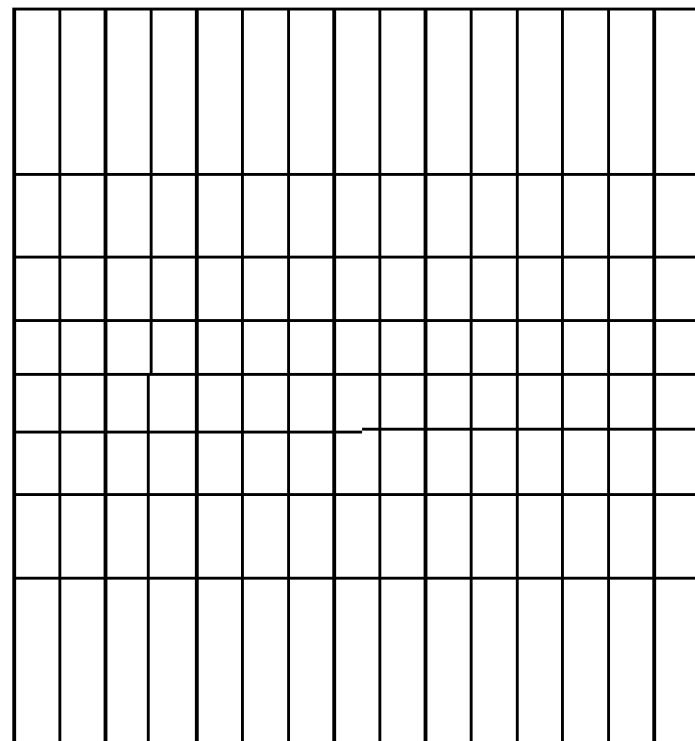
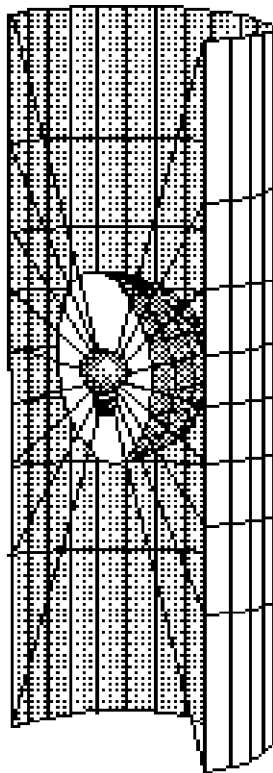
(l, j)



(x, y)

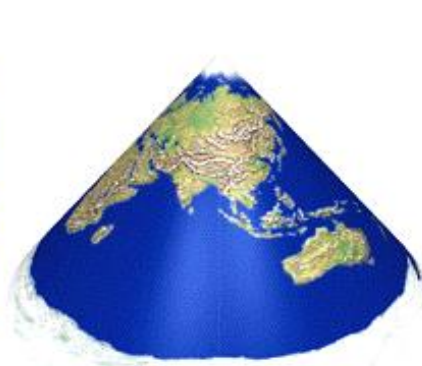


therefore, much of the Earth surface has to be represented smaller than the nominal scale.

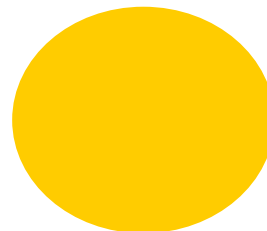
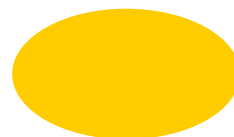
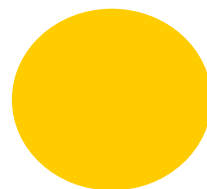




地圖投影的特性



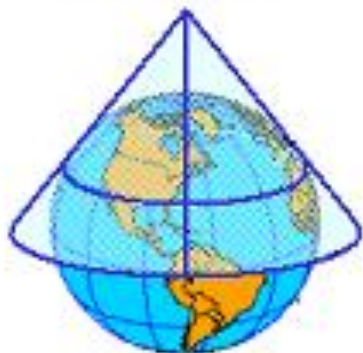
- 形狀
- 面積
- 距離
- 方向



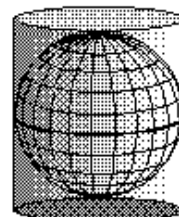
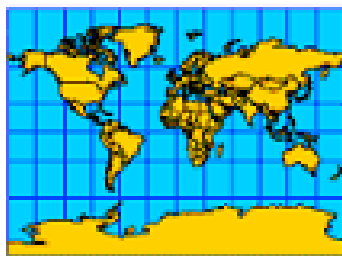


投影面的類型

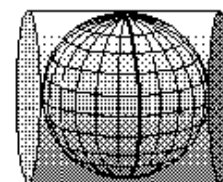
Cone



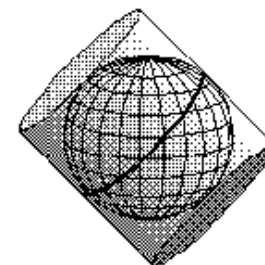
Cylinder



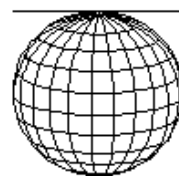
Normal



Transverse



Oblique



Polar



Equatorial

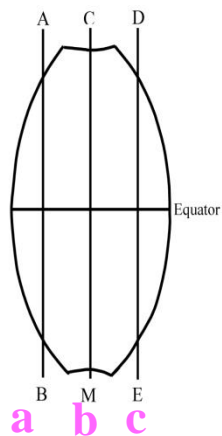
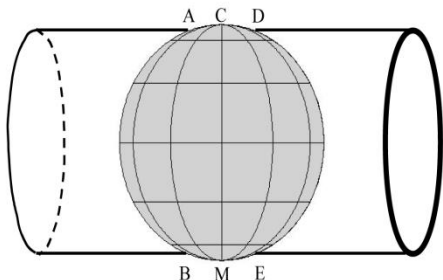


Oblique

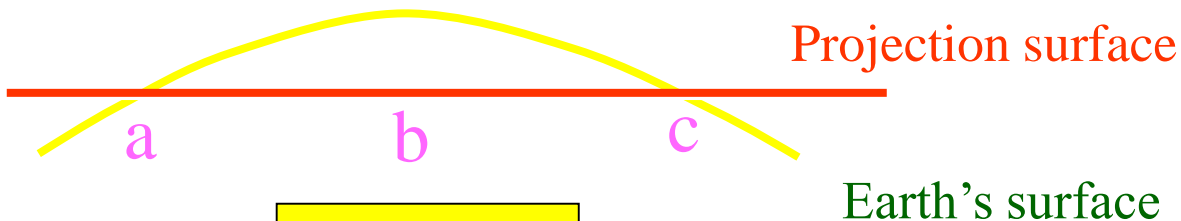




尺度比之定義



Scale Factor



Scale factor
a = 1.0000
b = 0.9996
c = 1.0000

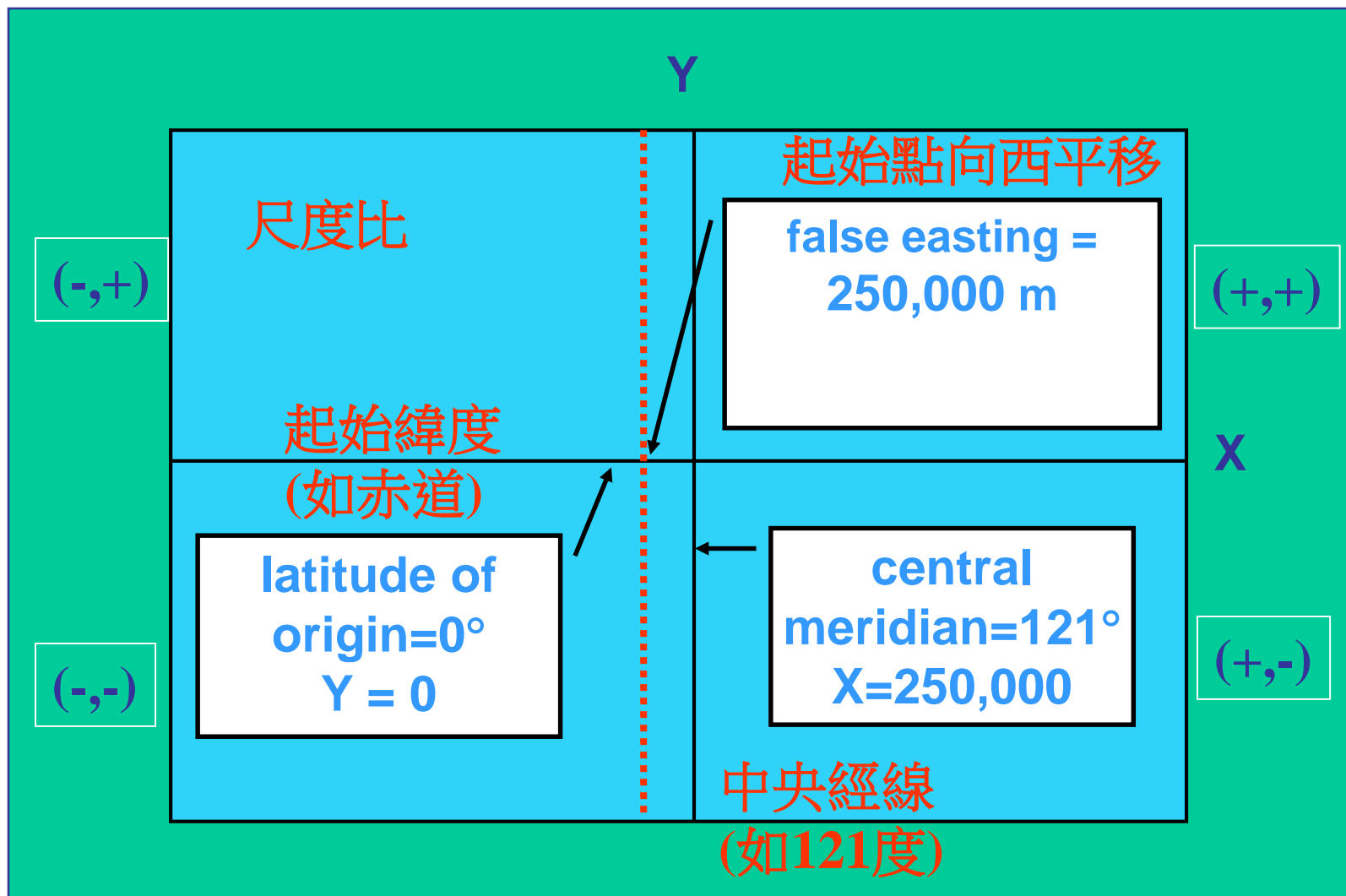
長度計算：

$$S = (\Delta x^2 + \Delta y^2)^{1/2} * SF$$



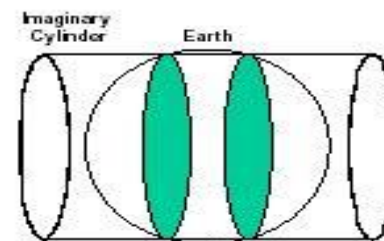
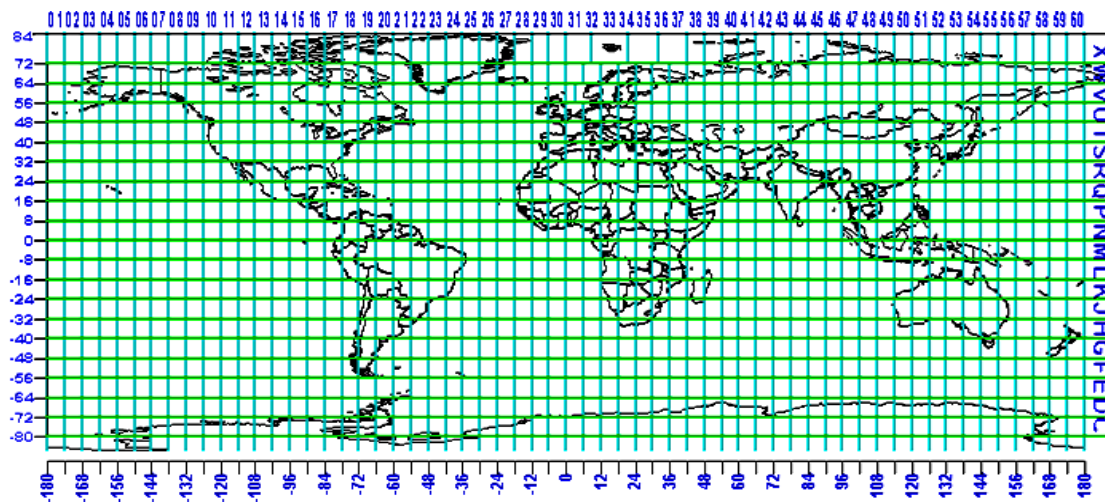


投影參數





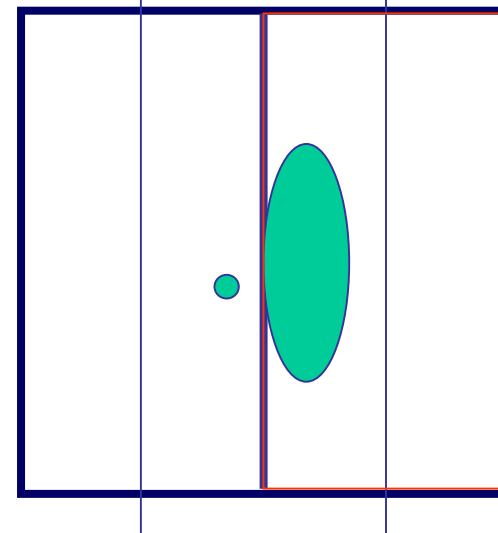
UTM (橫麥卡托) 投影



TRANSVERSE
MERCATOR PROJECTION

- Universal Transverse Mercator
- 6°分帶(台灣本島為51帶)
- 中央經線(123°), 尺度比 0.9996
- 橫坐標西移 500,000 m
- 軍圖及小比例尺(如二萬五千分之一)測圖用

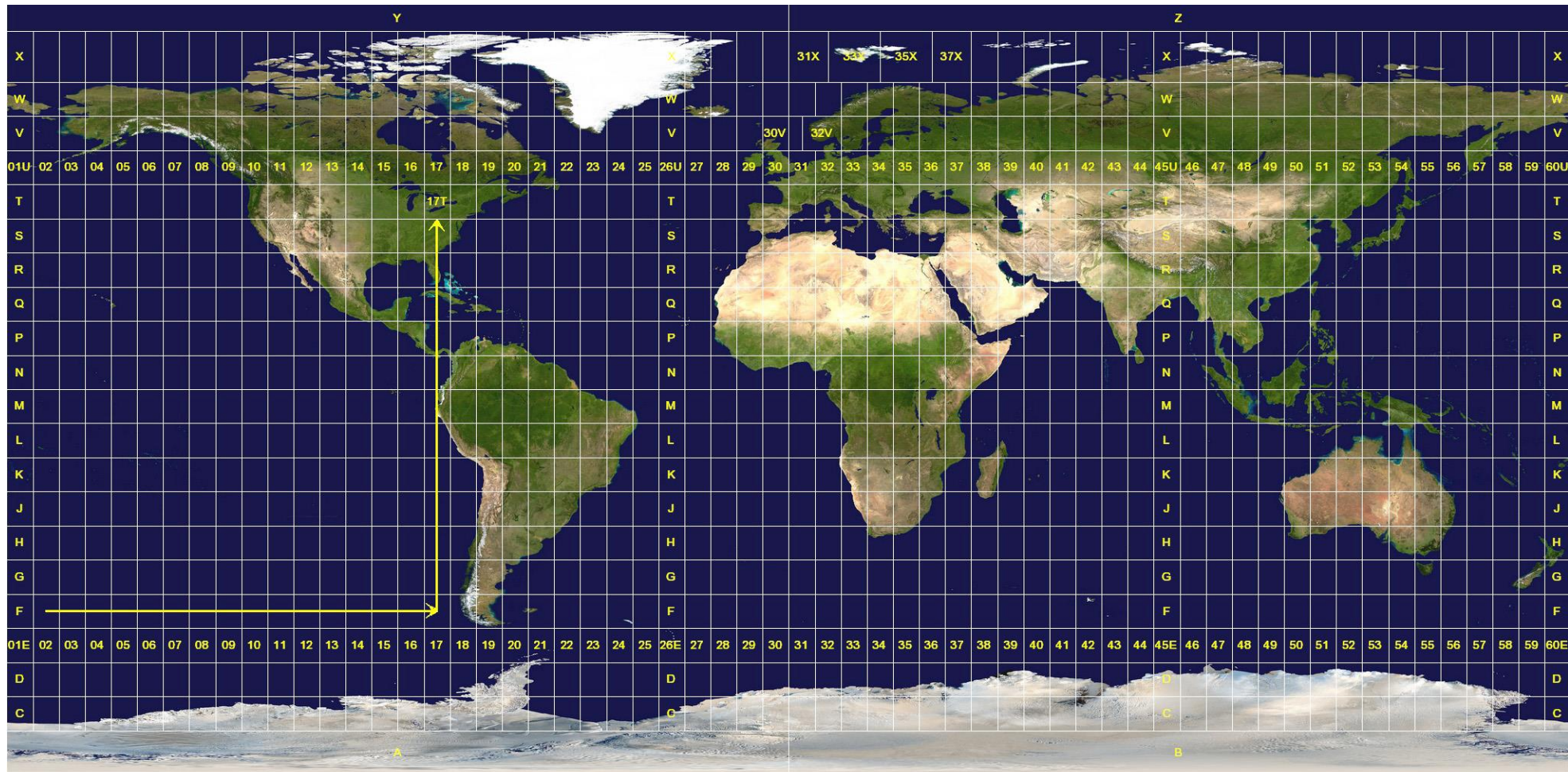
114 117 120 123 126





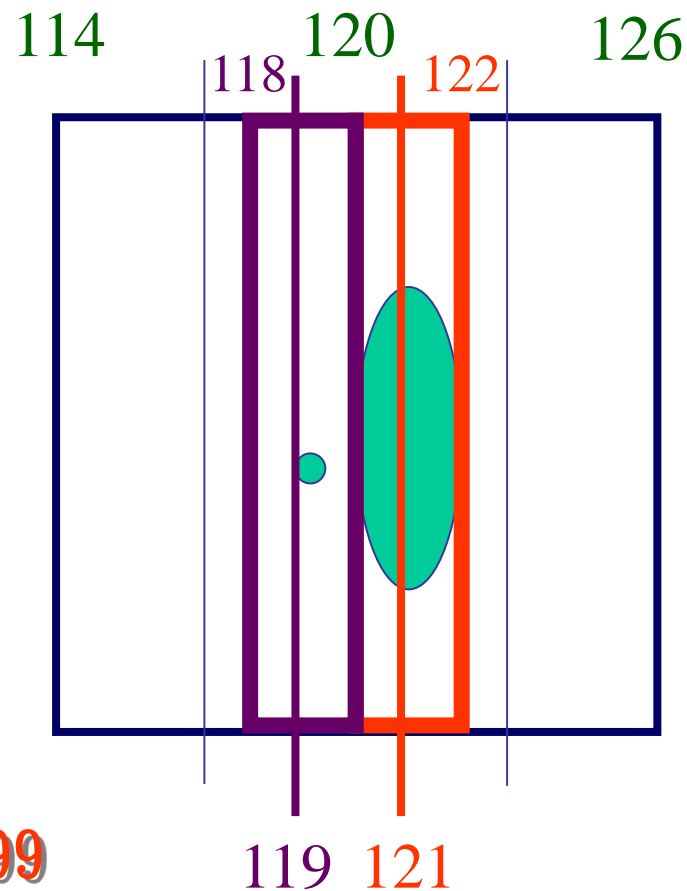
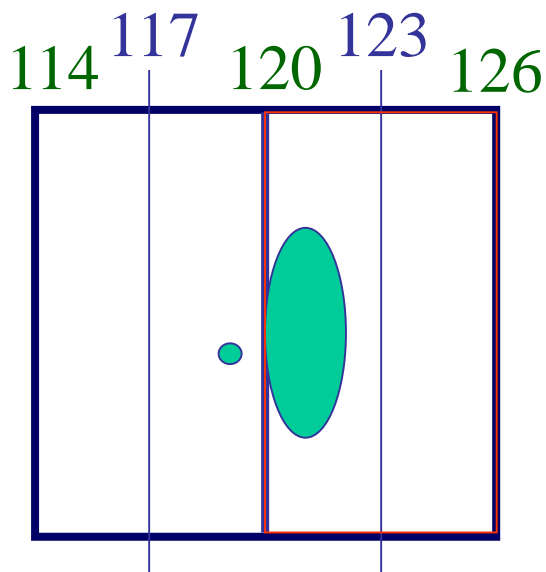
Universal Transverse Mercator

Department of Applied Geomatics, Chien-Hsin University, Taiwan





TM2度投影



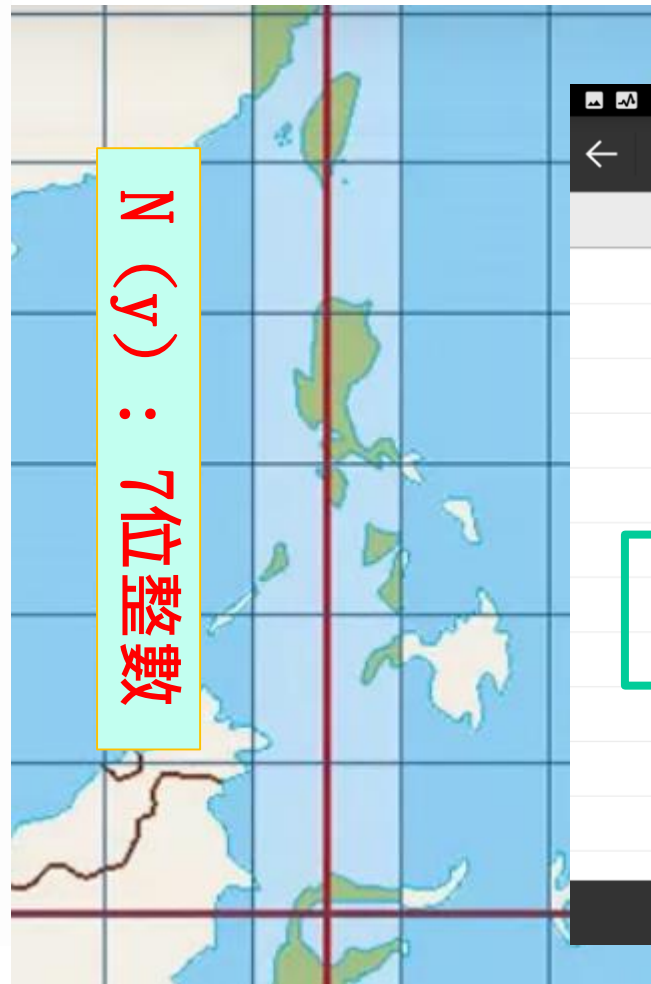
- Transverse Mercator
- 2°分帶
- 中央經線(121°), 尺度比 0.9999
- 橫坐標西移 250,000 m
- 地籍測量及大比例尺(含五千分之一)測圖用





TM2度坐標

E (x) : 6位整數



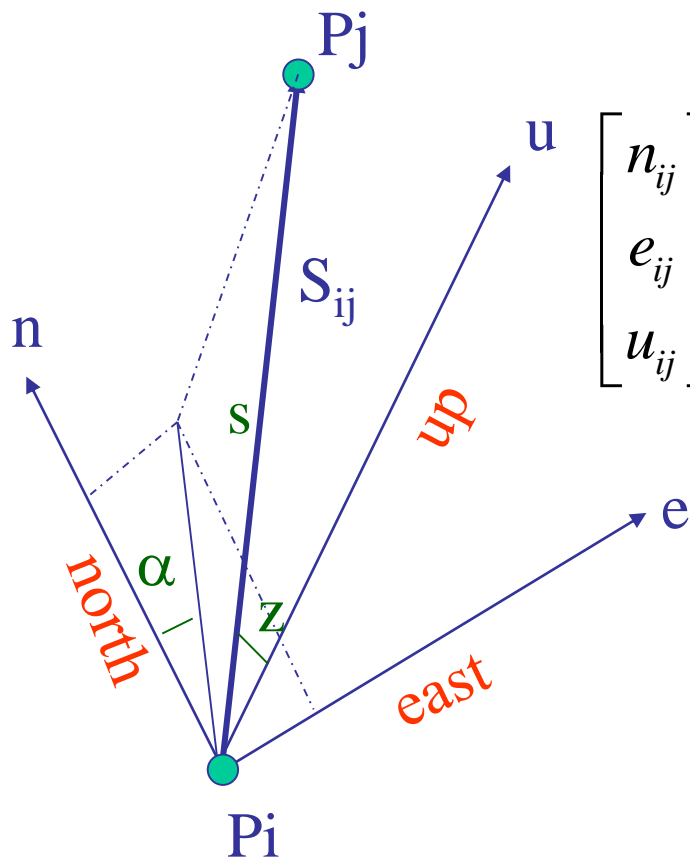
標題	內容
點名	0001
編碼	
緯度	N24°56'48.1381"
經度	E121°13'44.763"
大地高	191.255
北坐標	2759894.045
東坐標	273135.441
高程	191.255
X	-3000170.143
Y	4948196.105
Z	2673803.475
類型	測點

圖像標記





地平坐標

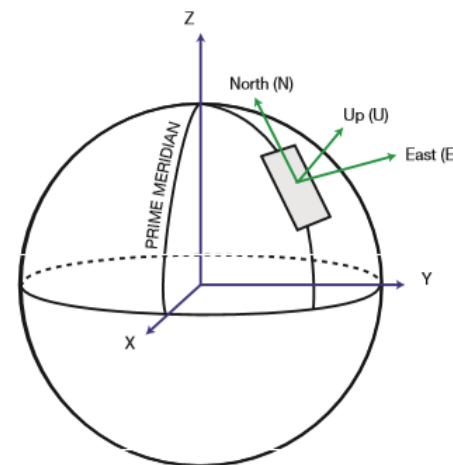


$$\begin{bmatrix} n_{ij} \\ e_{ij} \\ u_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \varphi_i \cos \lambda_i & -\sin \varphi_i \sin \lambda_i & \cos \varphi_i \\ -\sin \lambda_i & \cos \lambda_i & 0 \\ \cos \varphi_i \cos \lambda_i & \cos \varphi_i \sin \lambda_i & \sin \varphi_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_{ij} \\ \Delta Y_{ij} \\ \Delta Z_{ij} \end{bmatrix}$$

$$S = \sqrt{n^2 + e^2 + u^2}$$

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{e}{n}$$

$$Z = \cos^{-1} \frac{u}{\sqrt{n^2 + e^2 + u^2}}$$

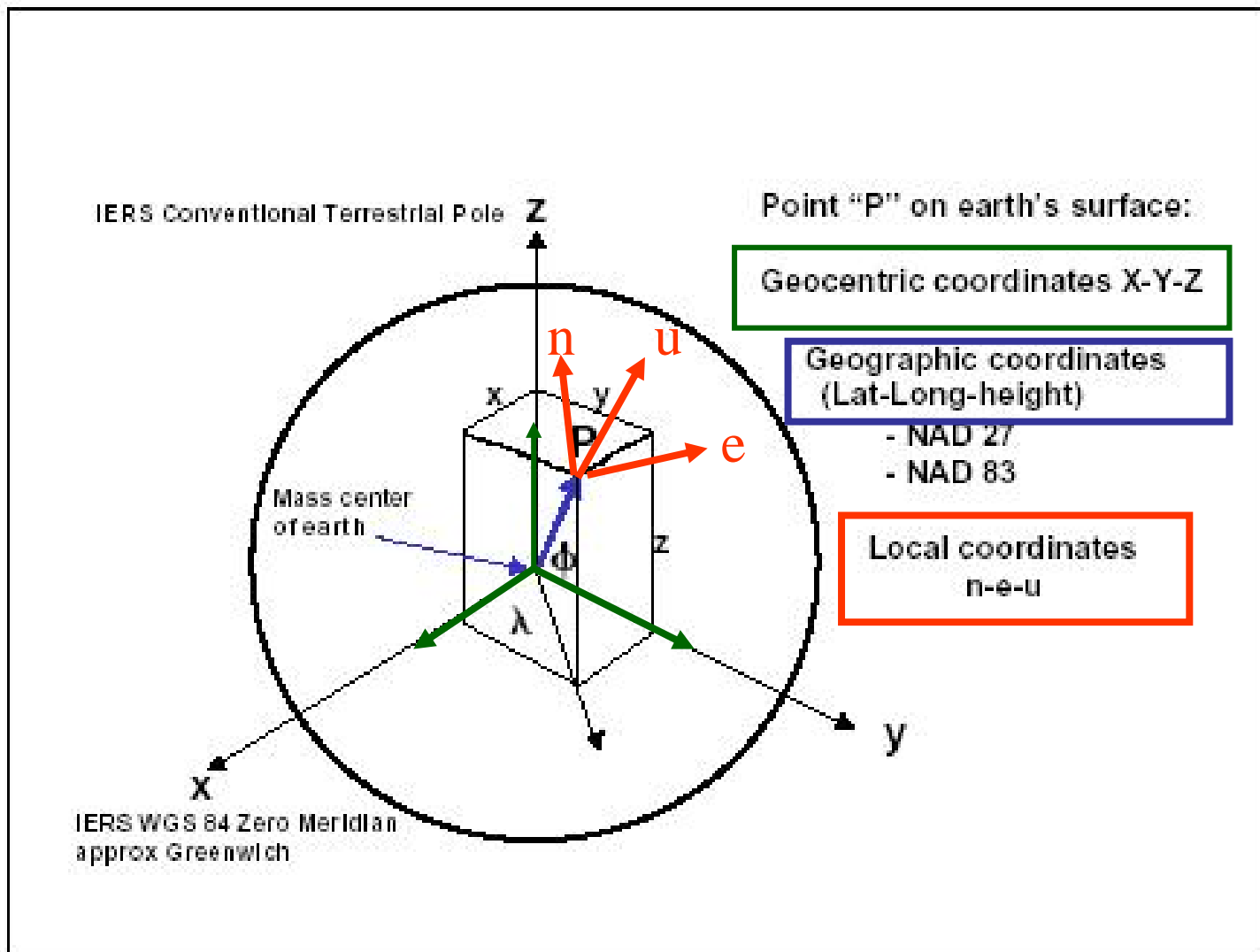


方位角 α 及 天頂距 z 可求得 (由測站判定衛星觀測位置)



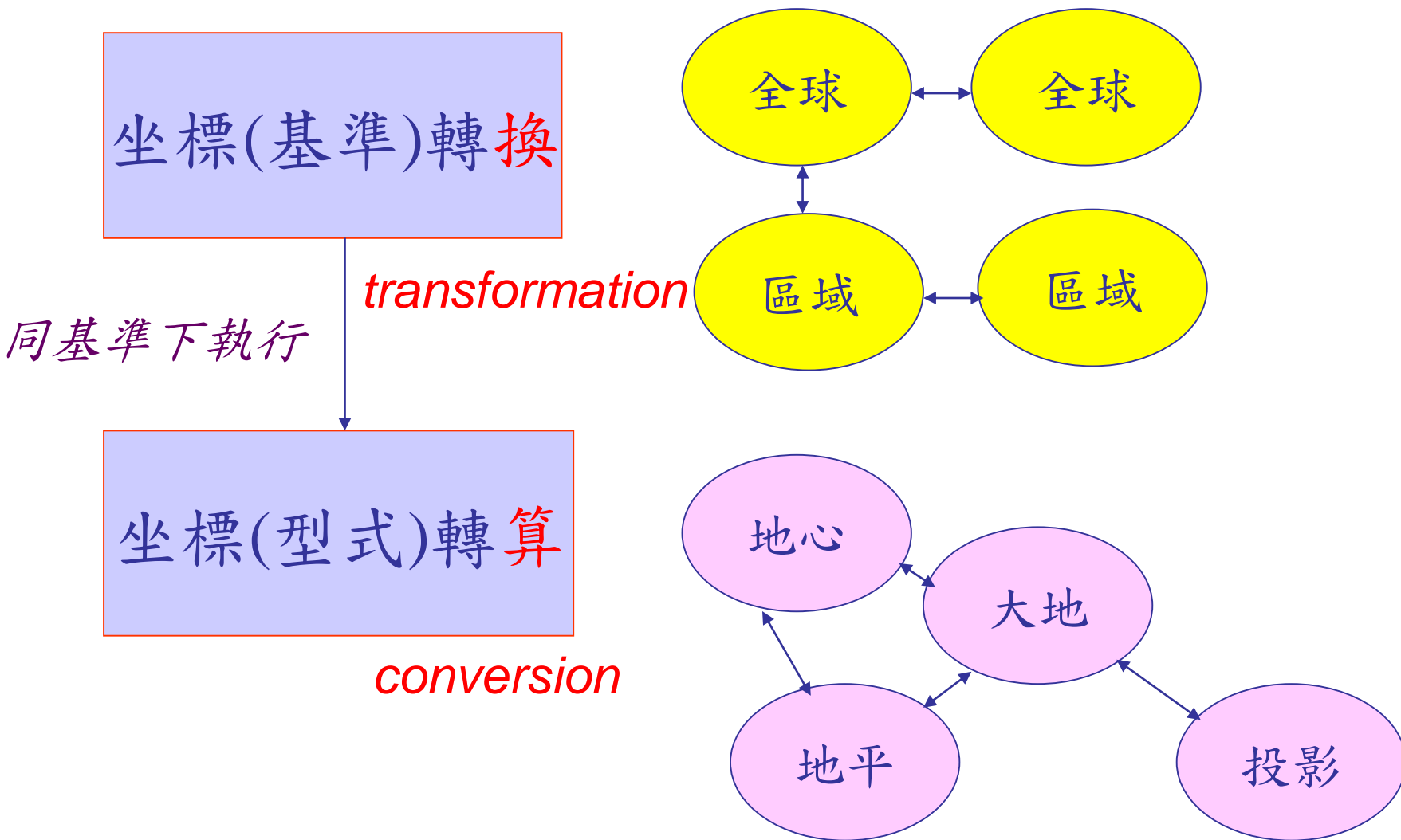


坐標的關係



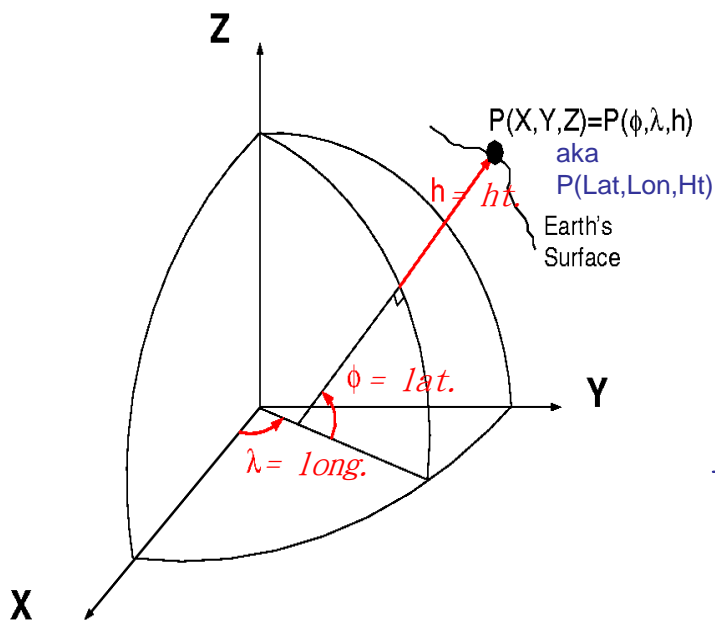


坐標轉換的類型





大地坐標轉算地心坐標



$$\begin{cases} X = (N+h) \cos\phi \cos\lambda \\ Y = (N+h) \cos\phi \sin\lambda \\ Z = (N(1-e^2)+h) \sin\phi \end{cases}$$

卯西圈曲率半徑 $N = a / (1 - e^2 \sin^2\phi)^{1/2}$

(X Y Z)與(φ λ h) 參數不完整對應





地心坐標轉算大地坐標

$$\varphi = \tan^{-1}[(Z + e'^2 b \sin^3 \theta) / (p - e^2 a \cos^3 \theta)]$$

$$\lambda = \tan^{-1}(Y/X)$$

$$h = (p / \cos \varphi) - N$$

非漸近解法

$$p = (X^2 + Y^2)^{1/2}$$

$$\theta = \tan^{-1}(Za/pb)$$

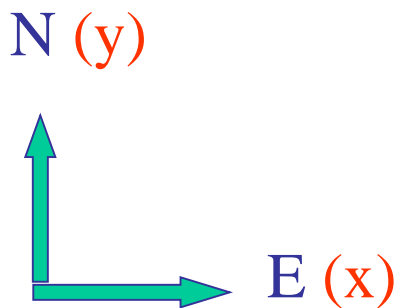
$$e'^2 = (a^2 - b^2) / b^2; \quad e^2 = (a^2 - b^2) / a^2$$





大地坐標轉算平面坐標

$$\left\{ \begin{array}{l} x = N \cos \varphi \Delta \lambda - \frac{1}{6} N \sin^2 \varphi \cos \varphi \Delta \lambda^3 - \frac{1}{120} N \sin^2 \varphi \cos^3 \varphi (8 - \tan^2 \varphi) \Delta \lambda^5 \\ y = y_D + d = y_D + \frac{1}{2} N \sin \varphi \cos \varphi \Delta \lambda^2 + \frac{1}{24} N \sin \varphi \cos^3 \varphi (5 - \tan^2 \varphi) \Delta \lambda^4 \end{array} \right.$$

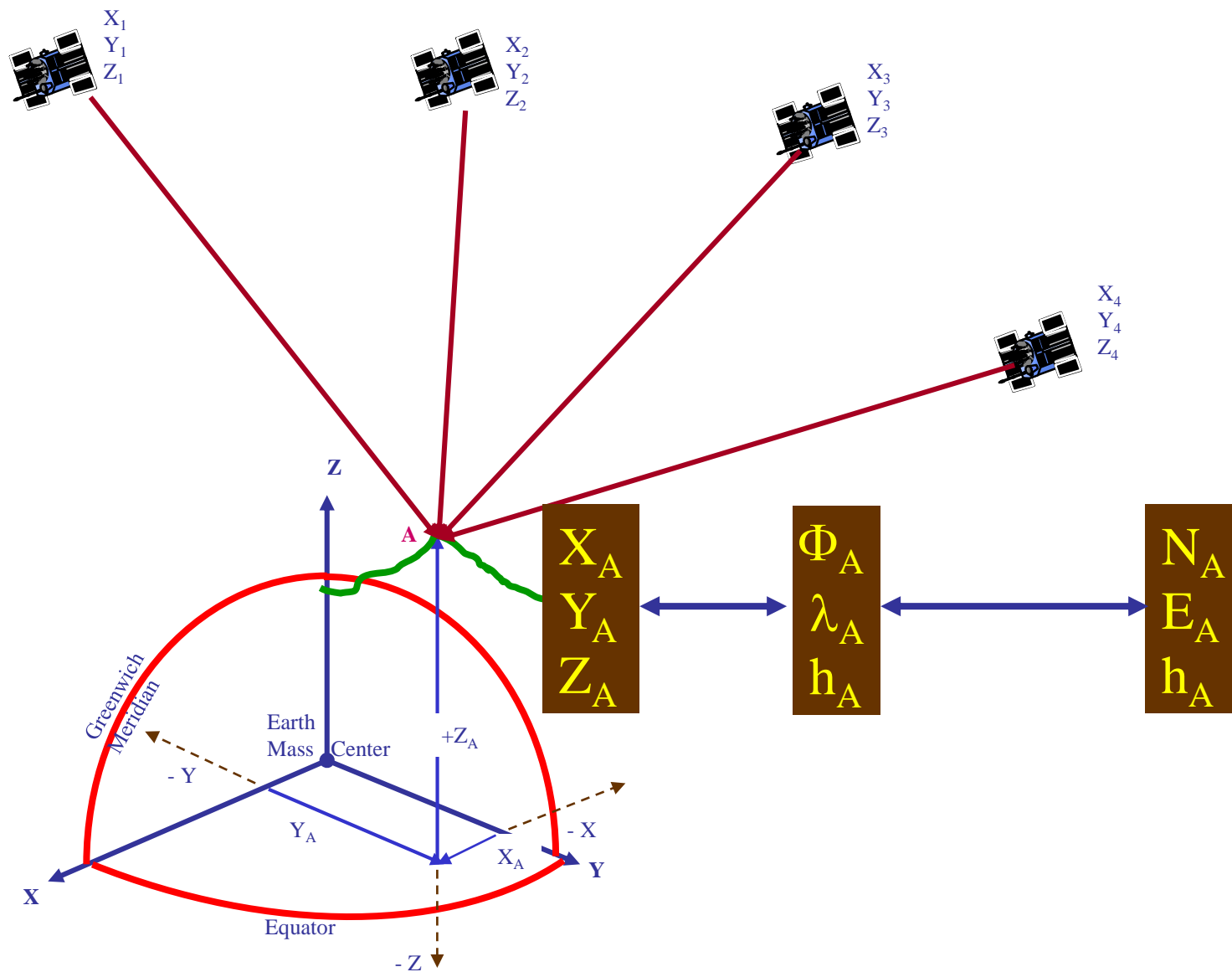


由(x, y)反求(φ, λ)亦有公式



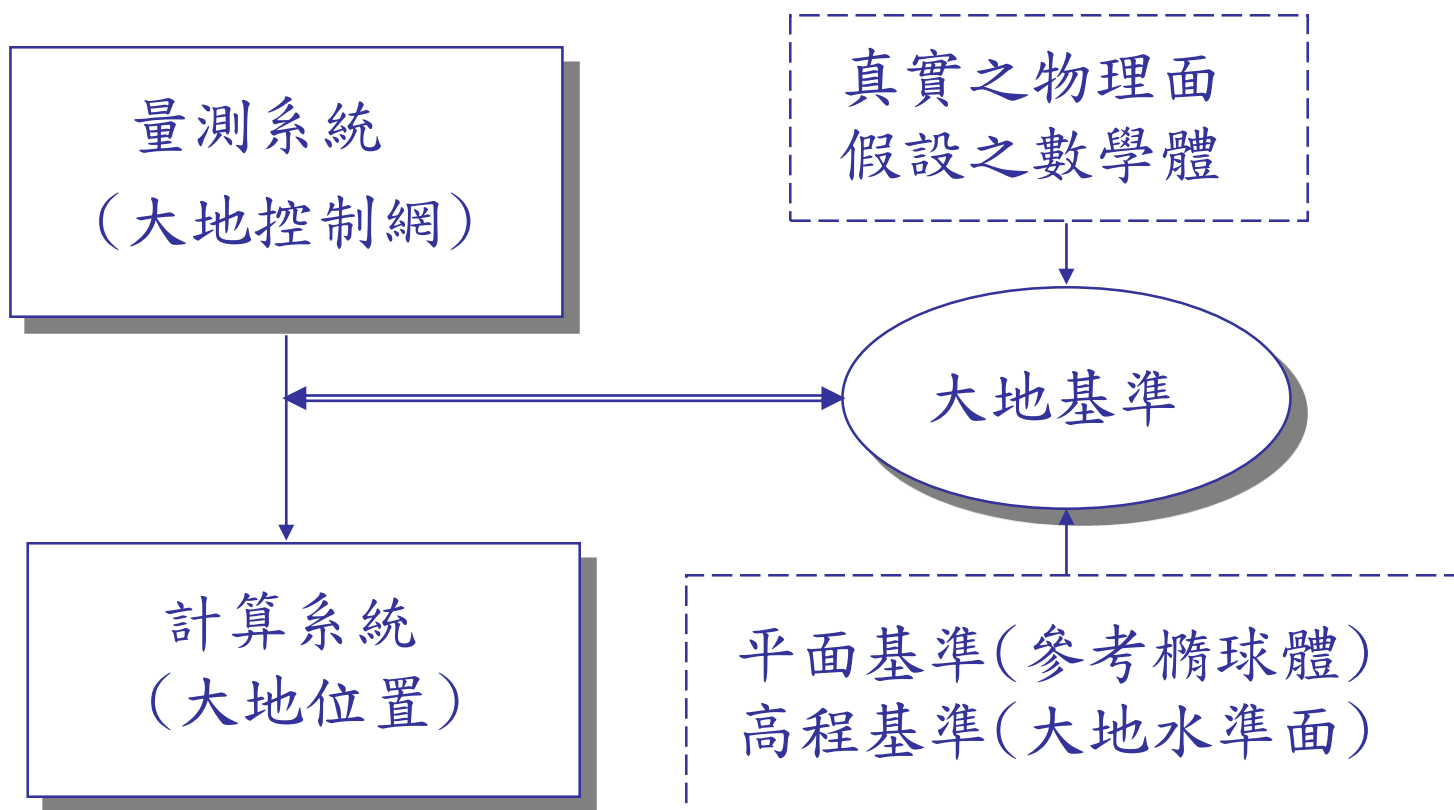


坐標運用方式



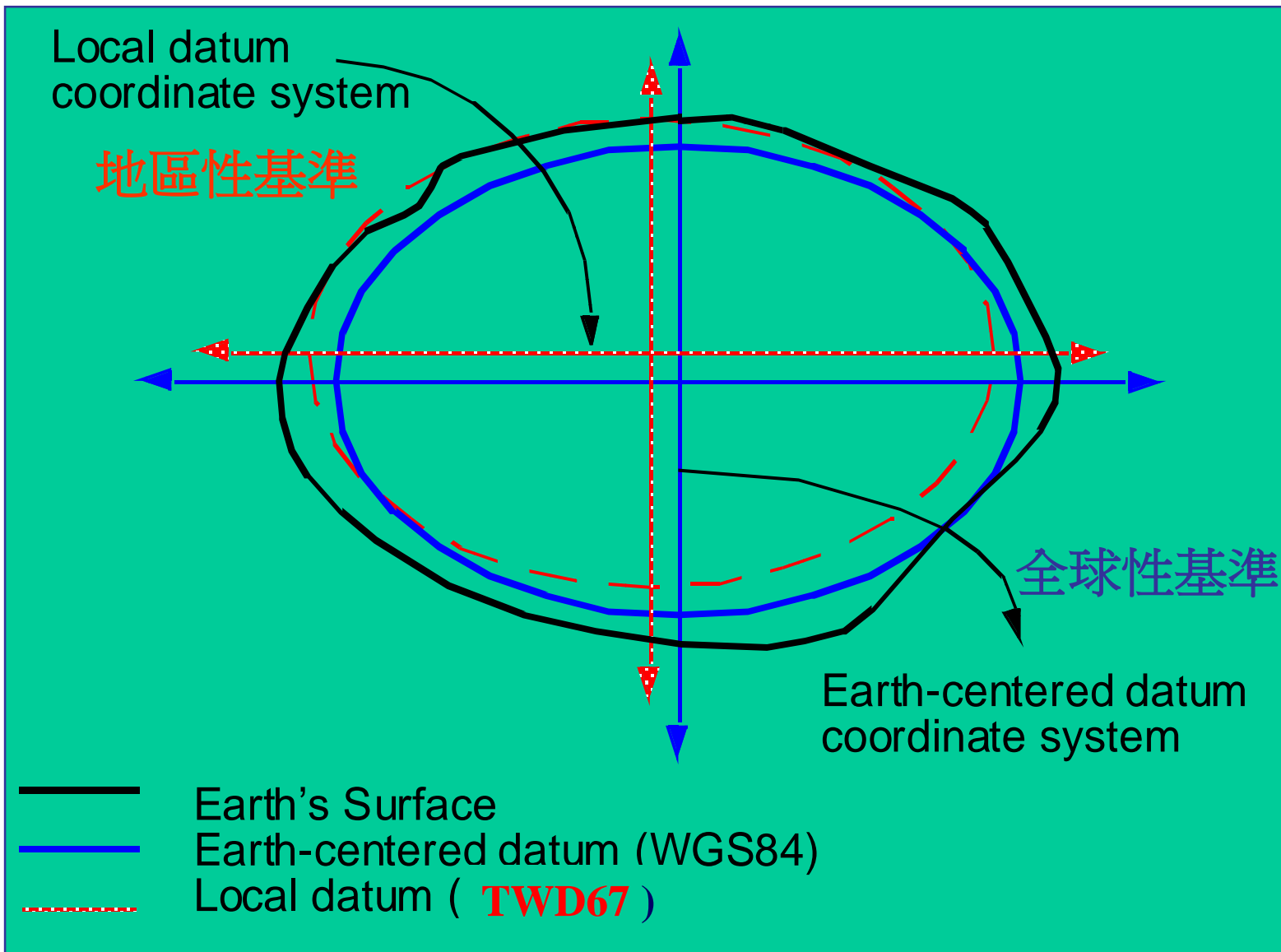


坐標基準(datum)的意義





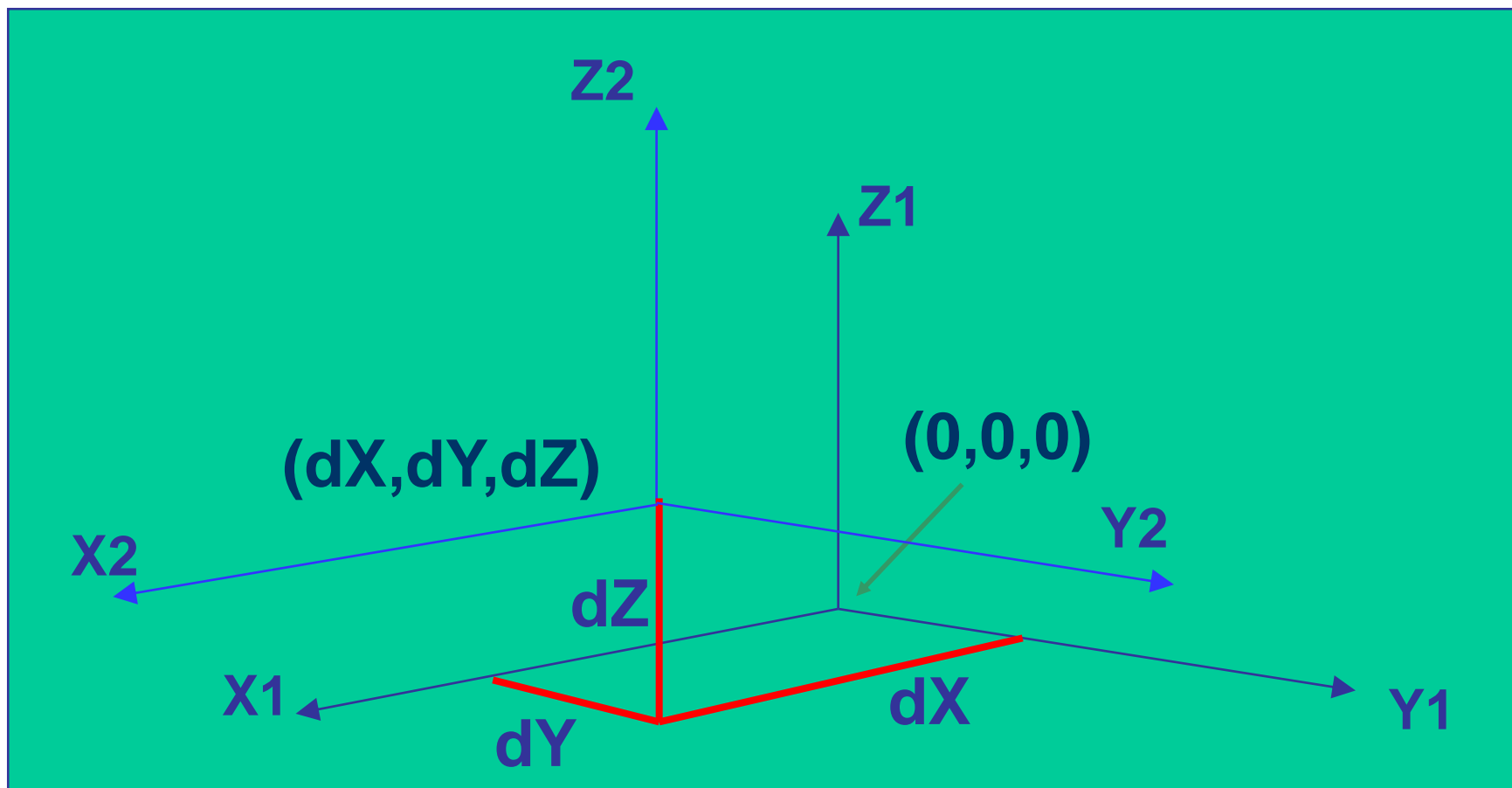
基準面的類型





基準面之間的轉換

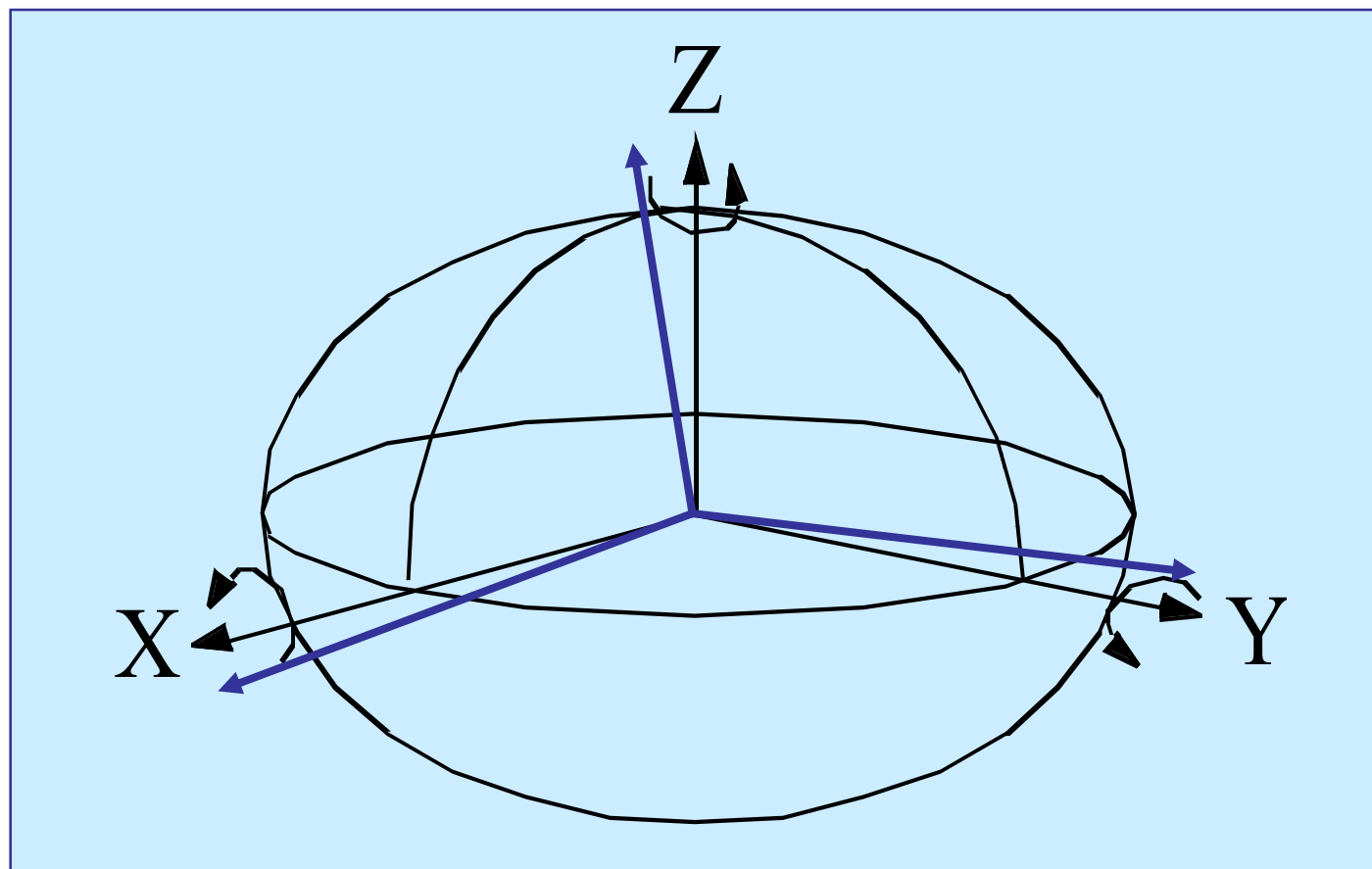
原點平移





基準面之間的轉換

三軸旋轉





三維基準轉換

七參數轉換

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} + (1 + S) \begin{bmatrix} 1 & R_z & -R_y \\ -R_z & 1 & R_x \\ R_y & -R_x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

平移

尺度

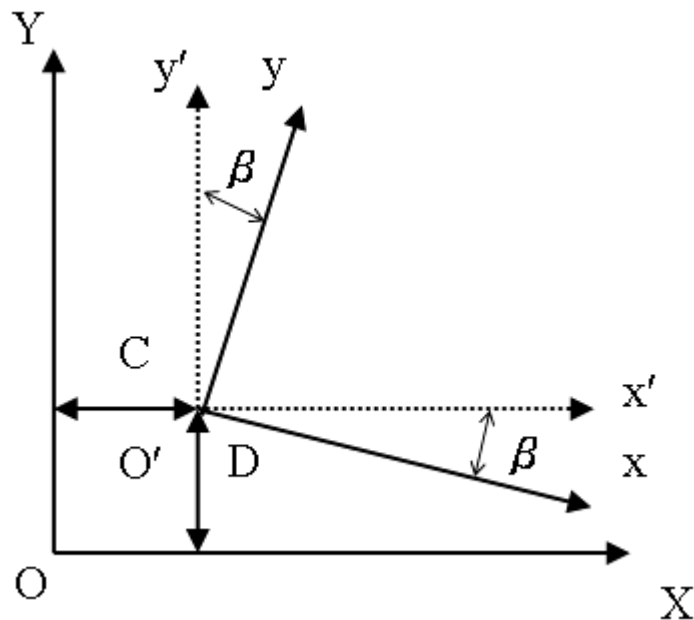
旋轉





二維平面坐標轉換

Helmert轉換



$$x_P = AX_P + BY_P + C$$

$$y_P = -BX_P + AY_P + D$$

$$S \cos \beta = A$$

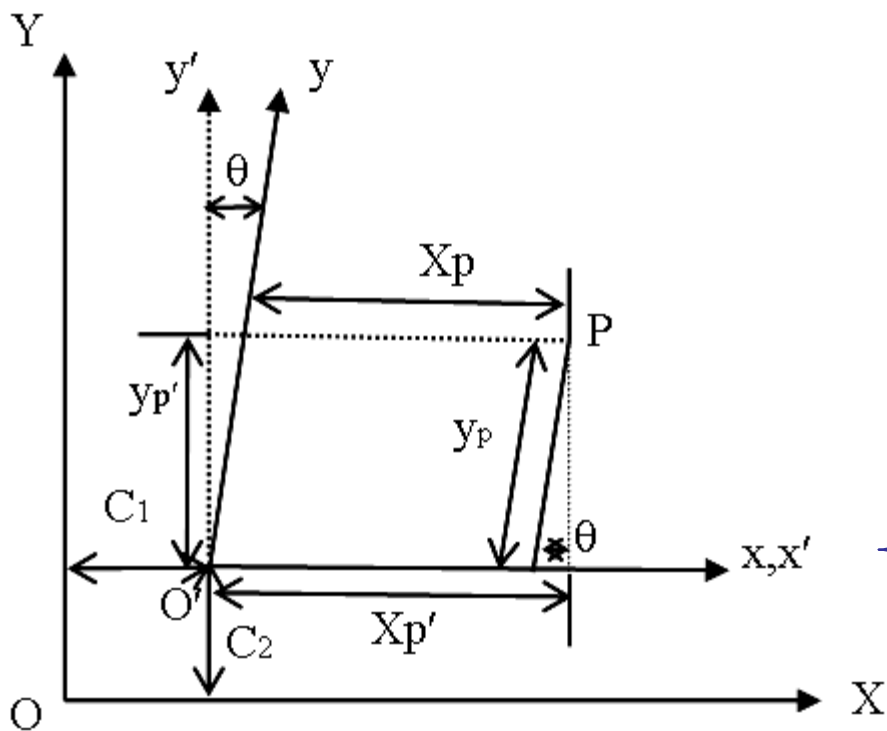
$$S \sin \beta = B$$





二維平面坐標轉換

Affine轉換



$$X = A_1 x + B_1 y + C_1$$

$$Y = A_2 x + B_2 y + C_2$$

$$A_1 = S x \cos\beta$$

$$B_1 = S y (\cos\beta \sin\theta + \sin\beta \cos\theta)$$

$$A_2 = -S x \sin\beta$$

$$B_2 = S y (-\sin\beta \sin\theta + \cos\beta \cos\theta)$$

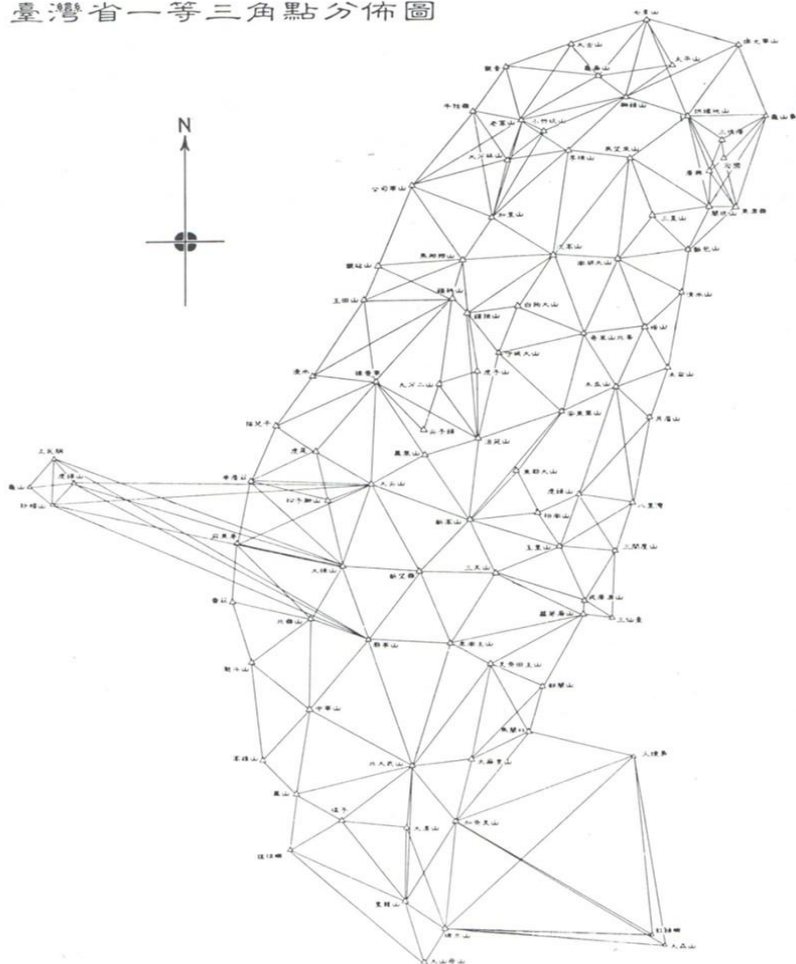
非正交坐標系統轉到正交坐標系統





虎子山(TWD67)坐標系統

臺灣省一等三角點分佈圖



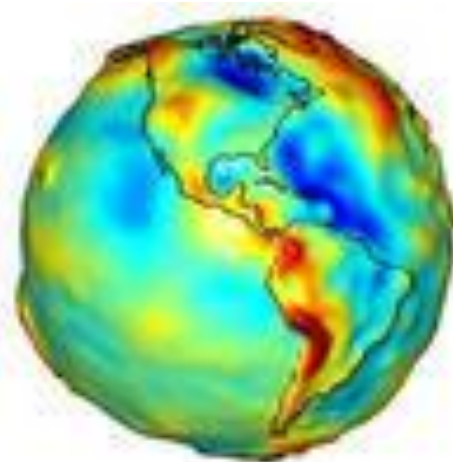
- 內政部64年起推動
- 聯勤測量署施測
- 65年展開作業，68結束外業，69年成果公告
- 基本控制點工作項目含：
 - 一等天文方位測量
 - 一等基線測量
 - 一、二、三等三角測量
 - 精密導線測量





大地基準的定義參數

- 橢球原子 (a, f)
- 原點位置 ($\varphi^*, \lambda^*, \alpha^*$)
- 橢球體與大地水準面間之關聯值 (N, ξ, η)





TWD67基準參數

- 採用 IUGG 於 1967 年公佈之國際橢球原子 (GRS67)
- 橢球體長半徑 (a) 為 6378160 公尺
- 扁率 (f) 為 $1/298.2471674273$
- 大地基準原點位於南投縣埔里鎮之虎子山一等天文點
- 原點坐標為經度 $120^{\circ} 58' 32.340''$
緯度 $23^{\circ} 58' 25.975''$
對頭拒山之起始方位角為
 $323^{\circ} 57' 23.135''$



虎子山大地原點
(921地震受毀)





TWD67當時之各國基準

- 台灣 - TWD67 (GRS67參考橢球體)
- 美國 - NAD83 (GRS80參考橢球體)
- 澳洲 - AGD84 (地心橢球體)
- 歐洲 - EUREF89 (ITRF89參考框架)

地區性基準

全球性基準

共同之發展特色：

在ITRF之架構上建立一個滿足全球性觀點考量下所需之大地基準(含地心參考系統及參考框架)





GPS定義新基準的優點-1

- GPS測量具有高精度定位、野外作業便利、避免通視與天候影響、高度電腦化數據處理、高可靠度成果、儀具價格便宜等作業上之特點
- 可將點位之三維坐標同時測定在一個其所定義之參考系統中
- 一組點位之三維坐標值已隱含有特定之三軸定向、尺度與原點坐標等傳統定義基準面所需之概念





GPS定義新基準的優點-2

- 將本島與離島地區納編到一個統一之坐標系統中
- 直角與曲面之三維坐標可經由簡單之過程予以轉換
- 可滿足在全球性觀點考量下之地心參考系統，以利全球性研究與應用之推動
- 坐標成果可供後續由局部性、區域性到全球性等各類不同規模之定位測量使用





定義TWD97新基準的做法

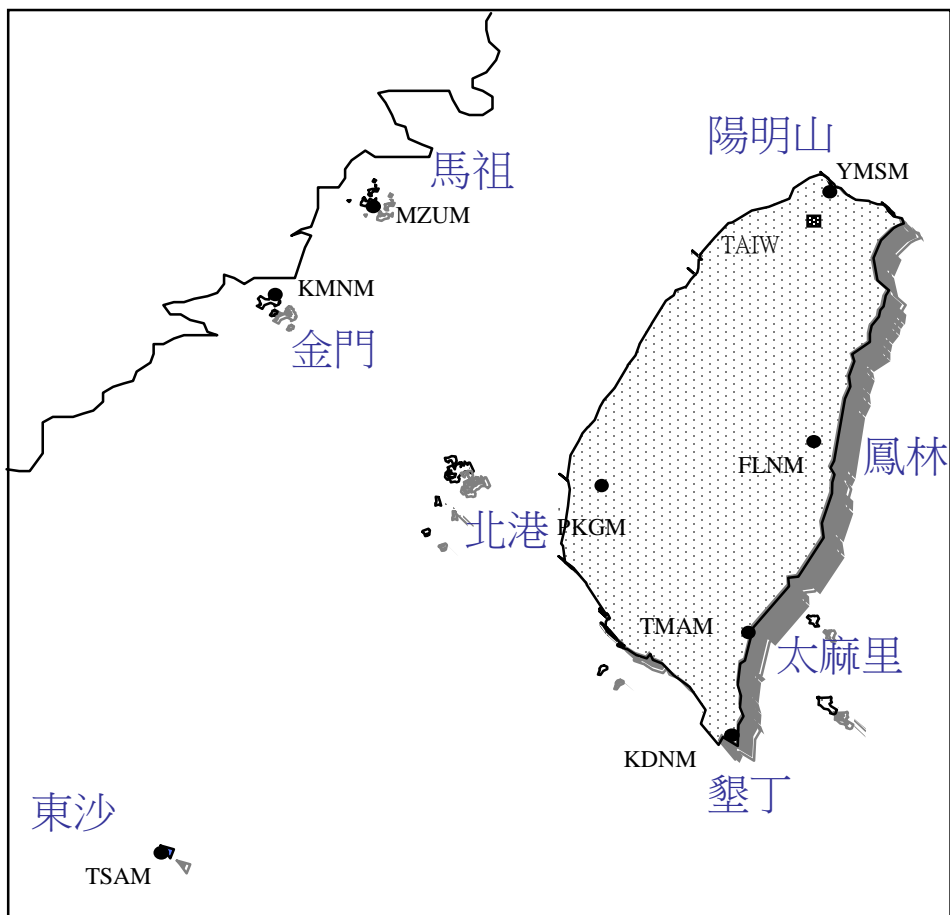
- 採行GPS與全球連測，並決定衛星追蹤站及一、二等衛星控制點之高精度三維地心直角坐標值
- 網形平差所採之框架點坐標選擇ITRF系統下之高精度坐標成果
- 直角坐標轉換於曲面大地坐標所需引用之橢球體，採國際公佈之大地參考系統GRS80
- 平面直角坐標坐標仍維持二度分帶之橫麥卡托投影





定義TWD97新基準的程序

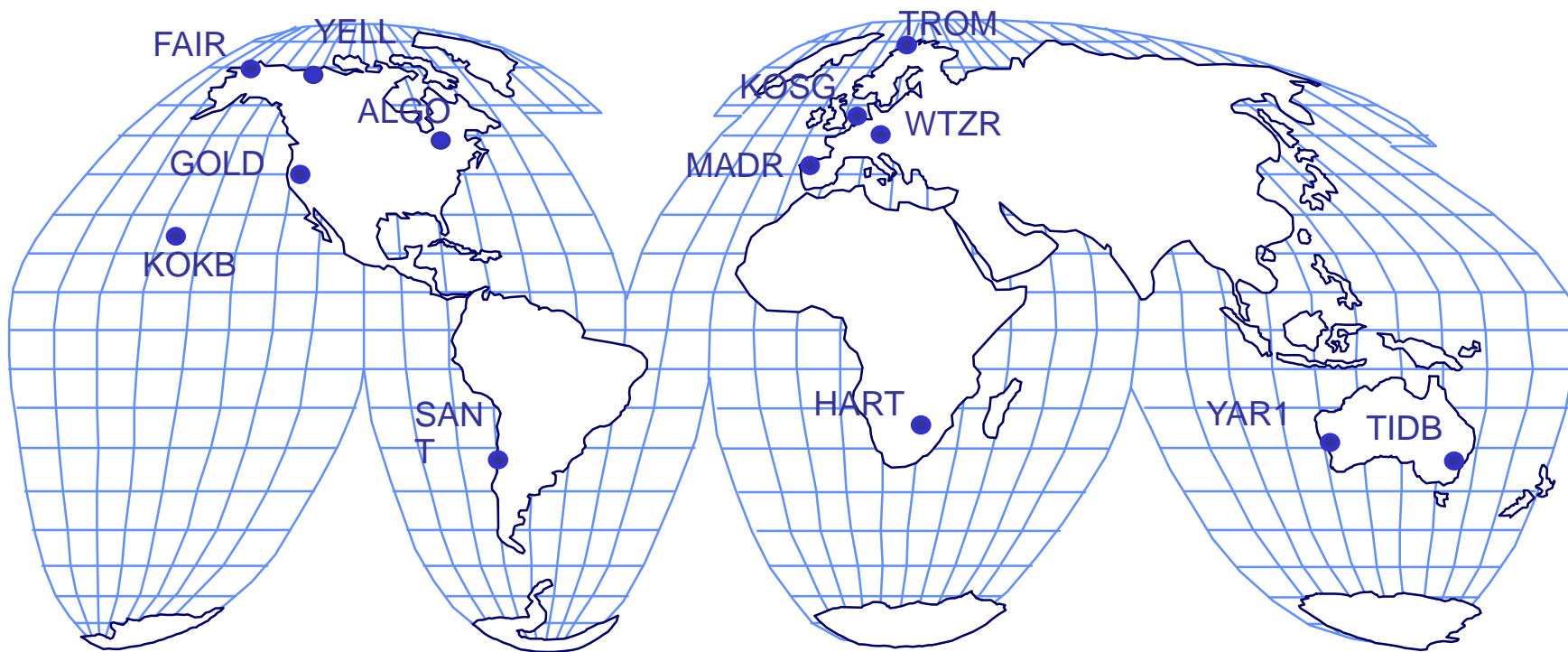
建立八個內政部GPS追蹤站





定義TWD97新基準的程序

建立追蹤站於ITRF94框架上之坐標



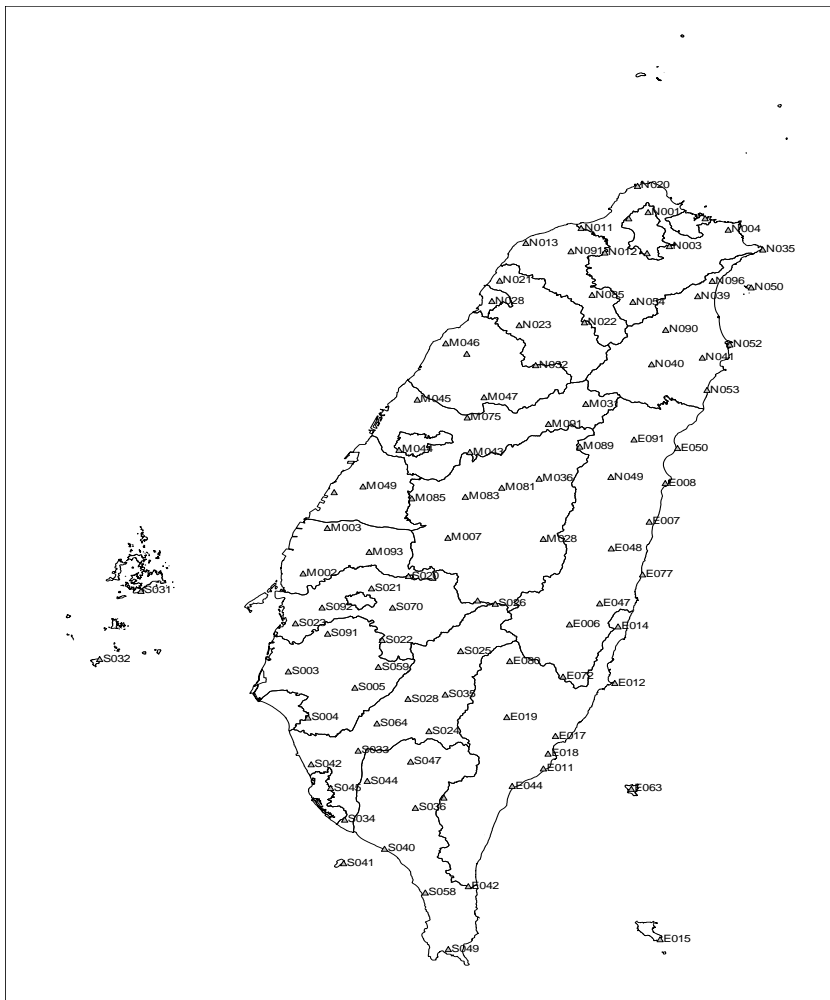
- IGS Global Tracking Sites





定義TWD97新基準的程序

測設一等衛星控制點



虎子山一等點

105點





定義TWD97新基準的程序

測設二等衛星控制點



621點





TWD97與TWD67系統之比較

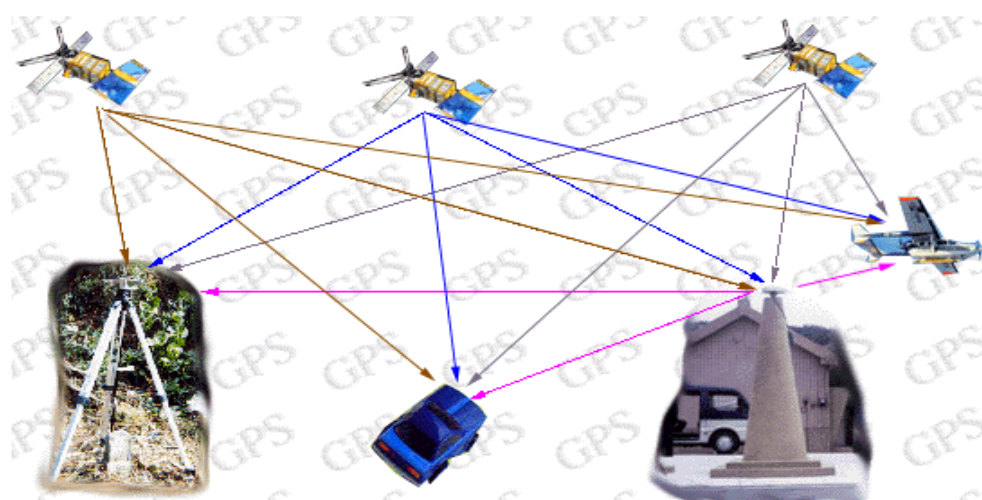
坐標系統 項目	TWD67	TWD97
參考橢球體	GRS67	GRS80
長軸a	6378160 m	6378137 m
扁率f	1/298.247167427	1/298.257222101
測量觀測技術	三角三邊	GPS
坐標起始（原）點	虎子山	ITRF框標站
起始點坐標來源	天文測量	太空大地測量技術
坐標系統型式	區域	全球
主要坐標分量	平面	三維
高程種類	正高（平均海水面高）	幾何高（橢球高）
點位坐標精度提供	無	有





內政部控制點查詢系統

<http://www.gps.moi.gov.tw>



台灣地區衛星控制點查詢系統

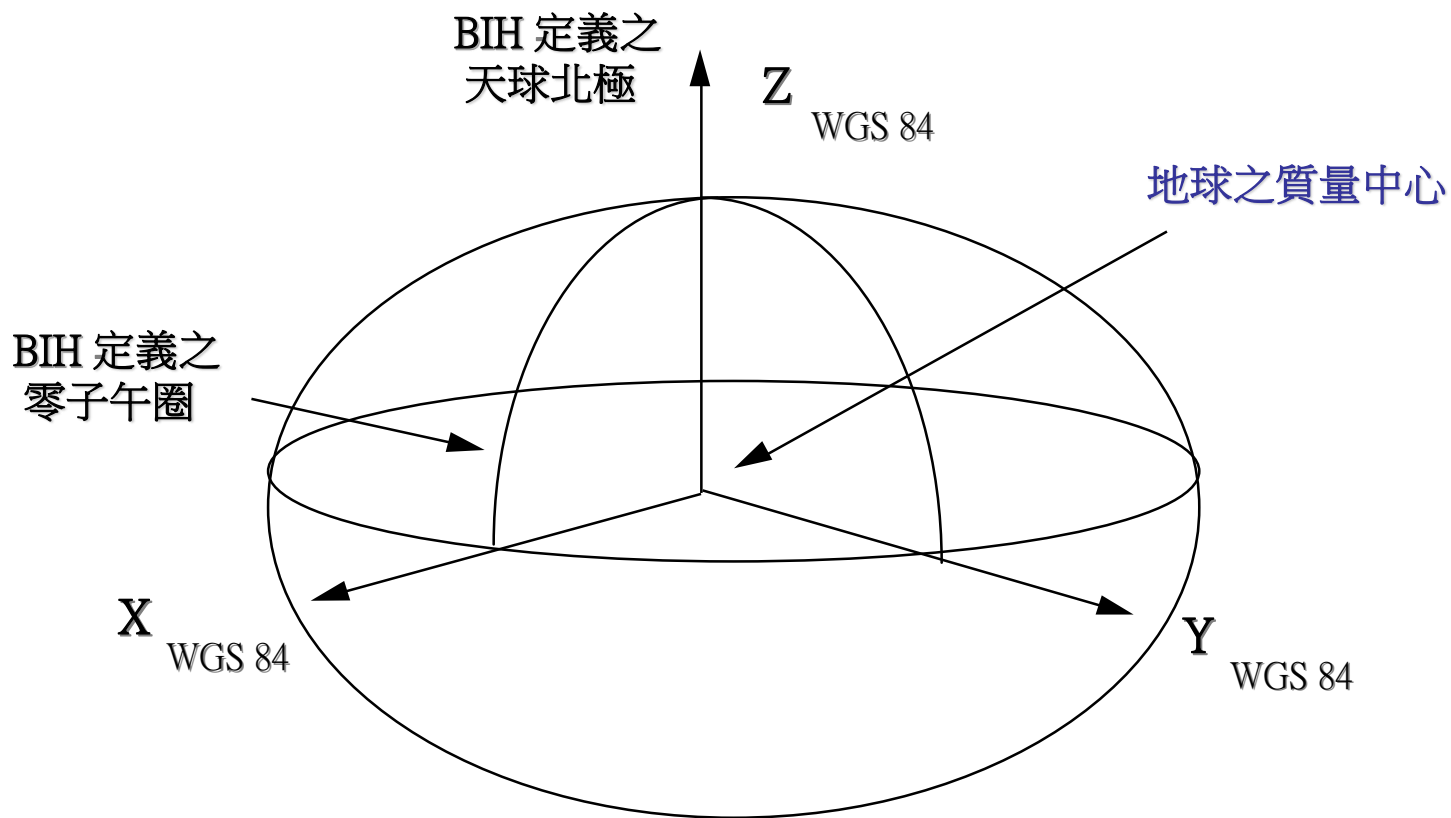
查詢方法	衛星追蹤站	一等控制點	二等控制點
點名查詢			
行政區查詢			





GPS的坐標基準(WGS84)

World Geodetic System 1984





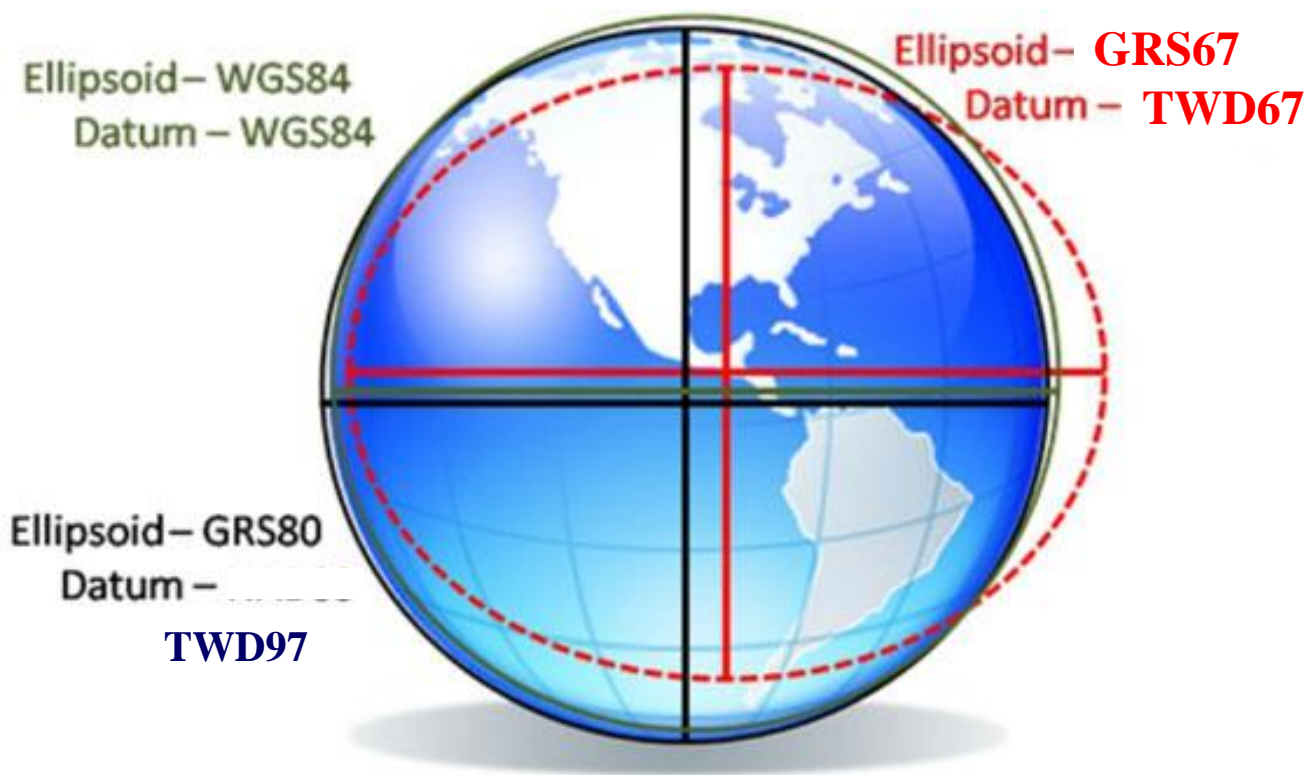
WGS84與GRS80

橢球體參數	GRS80 (TWD97)	WGS84
長半徑 (a)	6378137 m	6378137 m
短半徑 (b)	6356752.314140347 m	6356752.31424518 m
扁率 (f)	1/298.2572221008827	1/298.257223563
自轉角速度 (ω)	7292115E-11 rad/s	7292115E-11 rad/s
地心引力係數 (GM)	3986005E8 m ³ /s ²	3986004.418E8 m ³ /s ²
地球動力因子 (J_2)	108263E-8	108262.9989051944E-8
第二階帶諧係數 ($C_{2,0}$)	$C_{2,0} = -\frac{J_2}{\sqrt{5}}$ -	-484.166685E-6



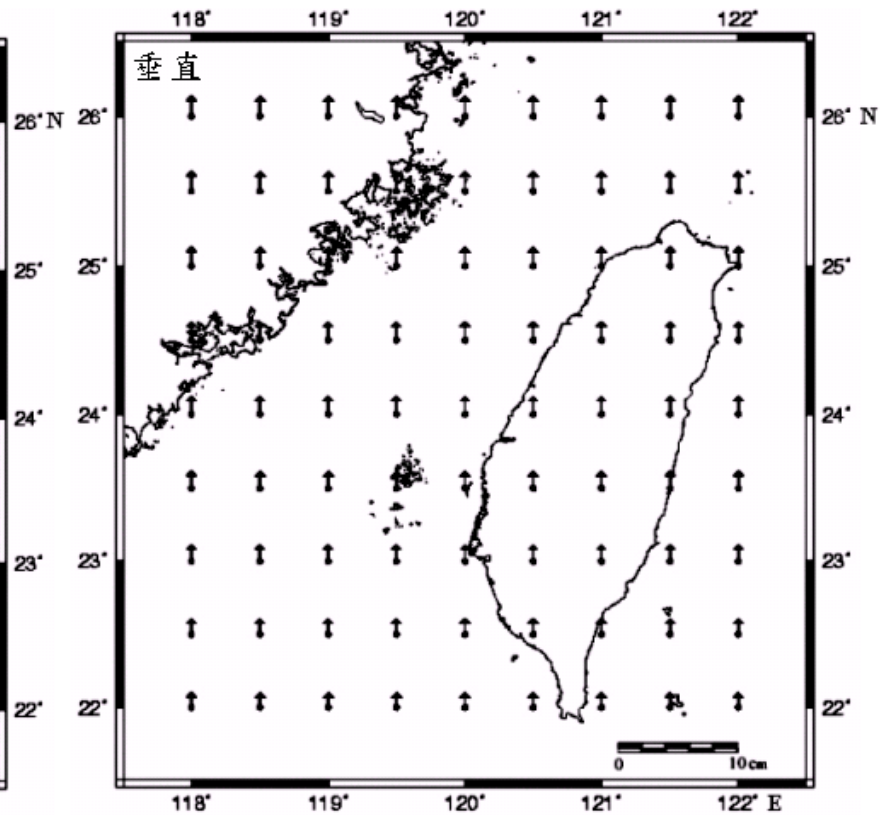
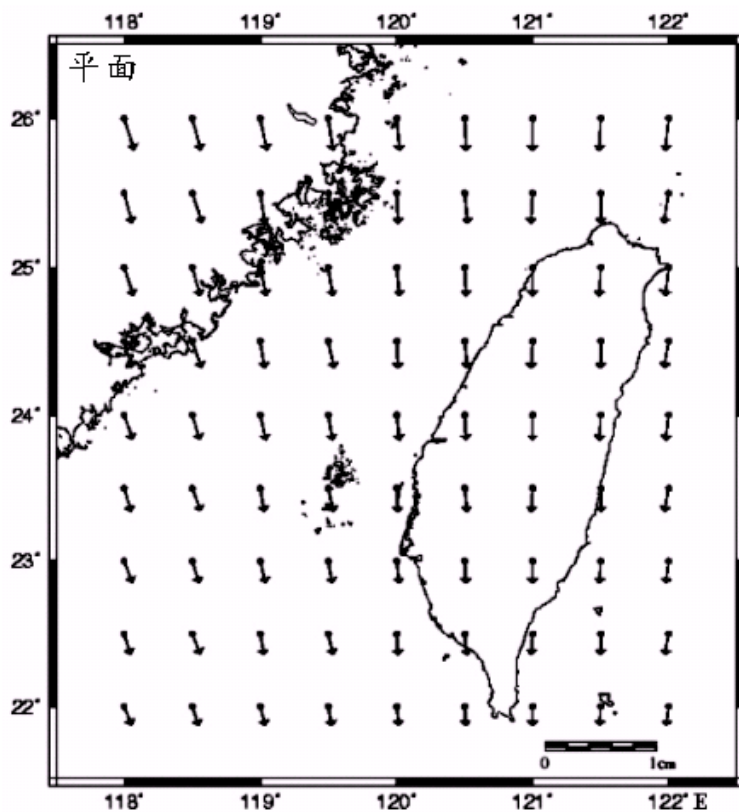


基準面的比較





WGS84近似等於TWD97



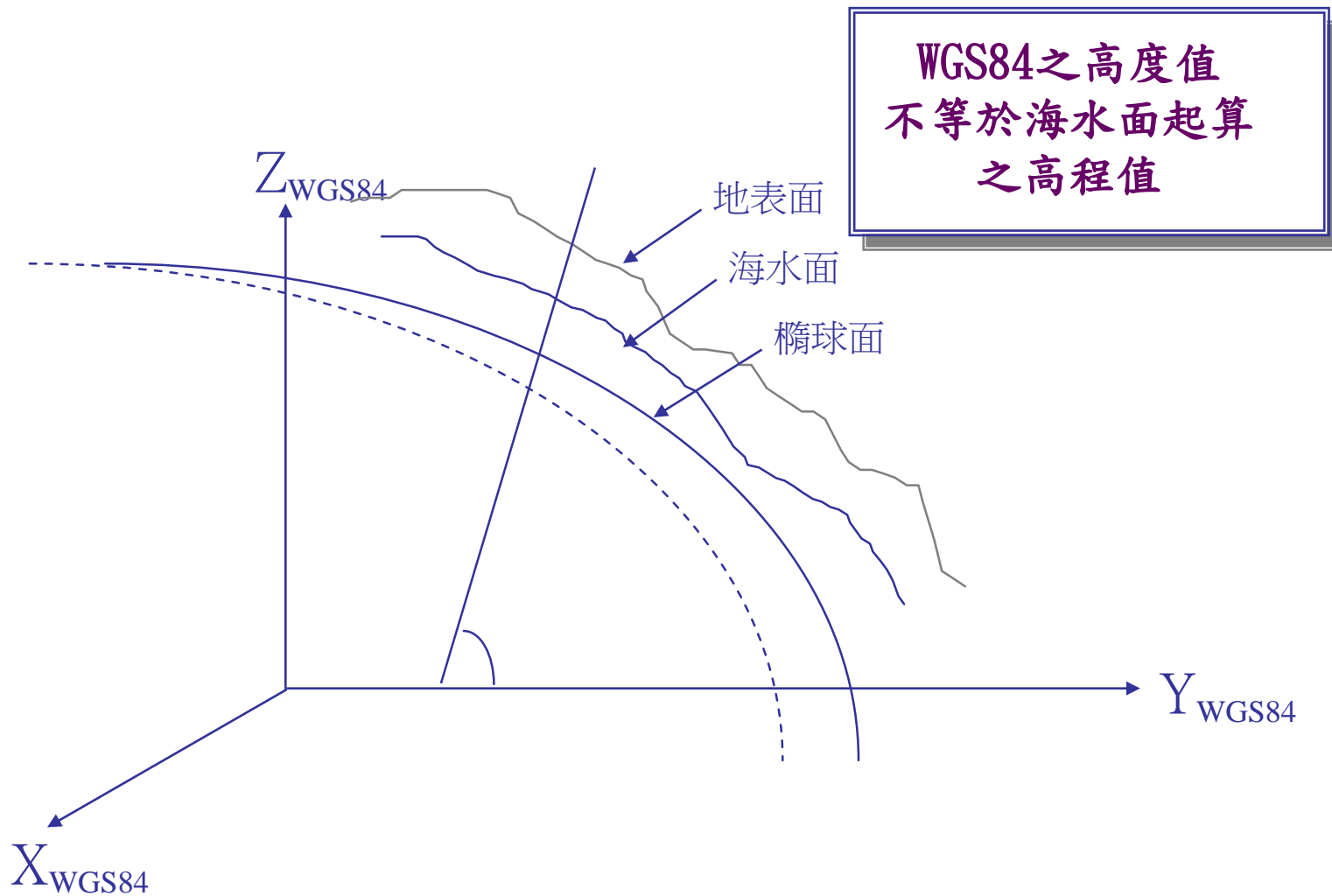
坐標分量	N (mm)	E (mm)	U (mm)
差異量	0.0025	0.0004	0.0173

運用上視為一致





基準面的垂直關係



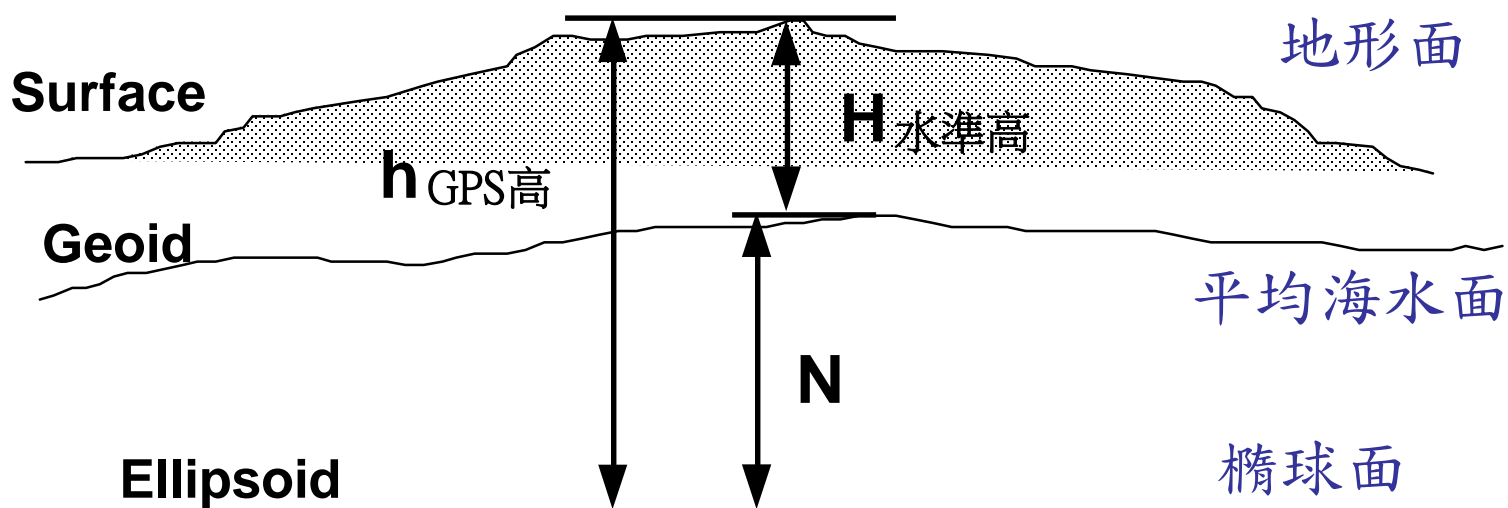


高程關係式





GPS測高的定義



$$H = h - N \quad \text{幾何關係}$$

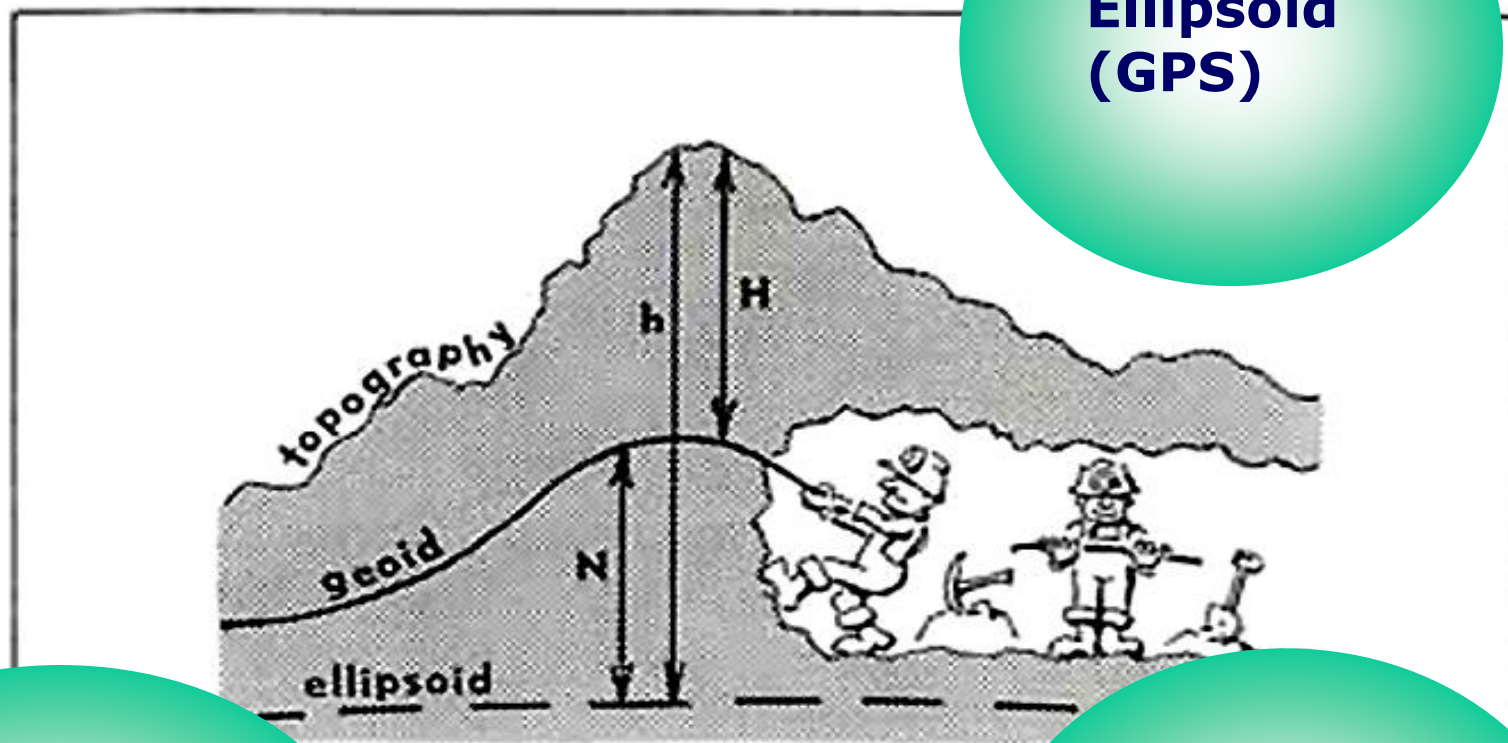
$$\Delta H = \Delta h - \Delta N \quad \text{GPS相對定位}$$

$$\Delta H = \Delta h \quad \text{小區域GPS應用}$$





高程現代化



**Ellipsoid
(GPS)**

**Orthometric
(Leveling)**

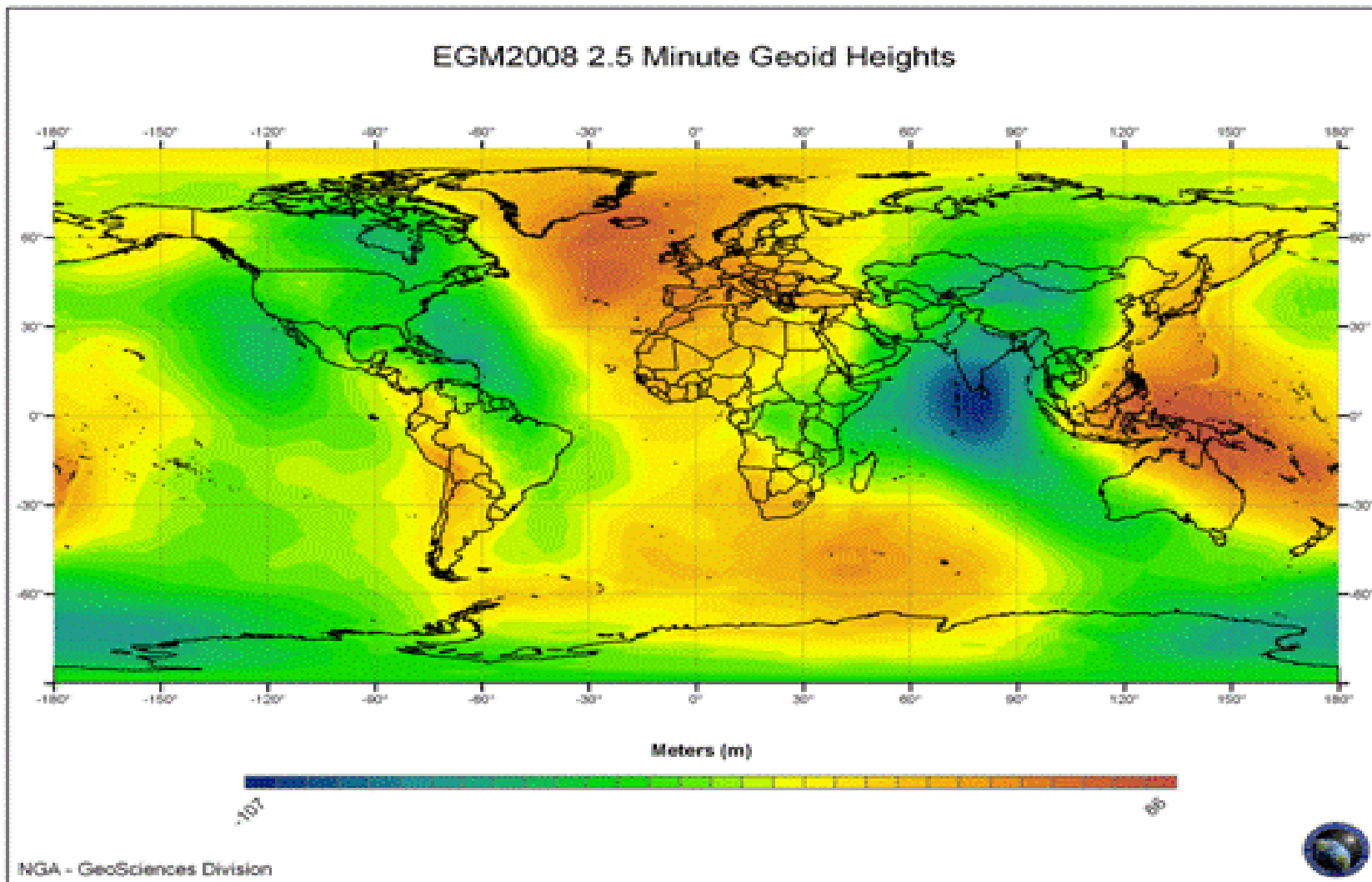
**Geoid
(Gravity & modeling)**

In Search of the Geoid



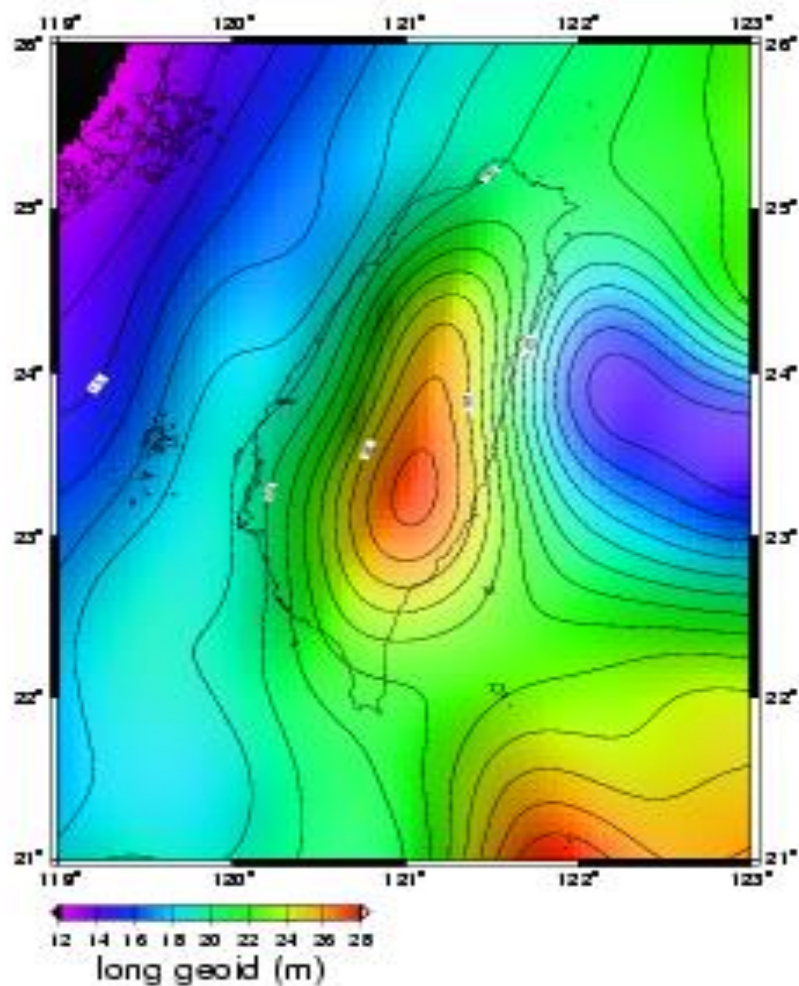
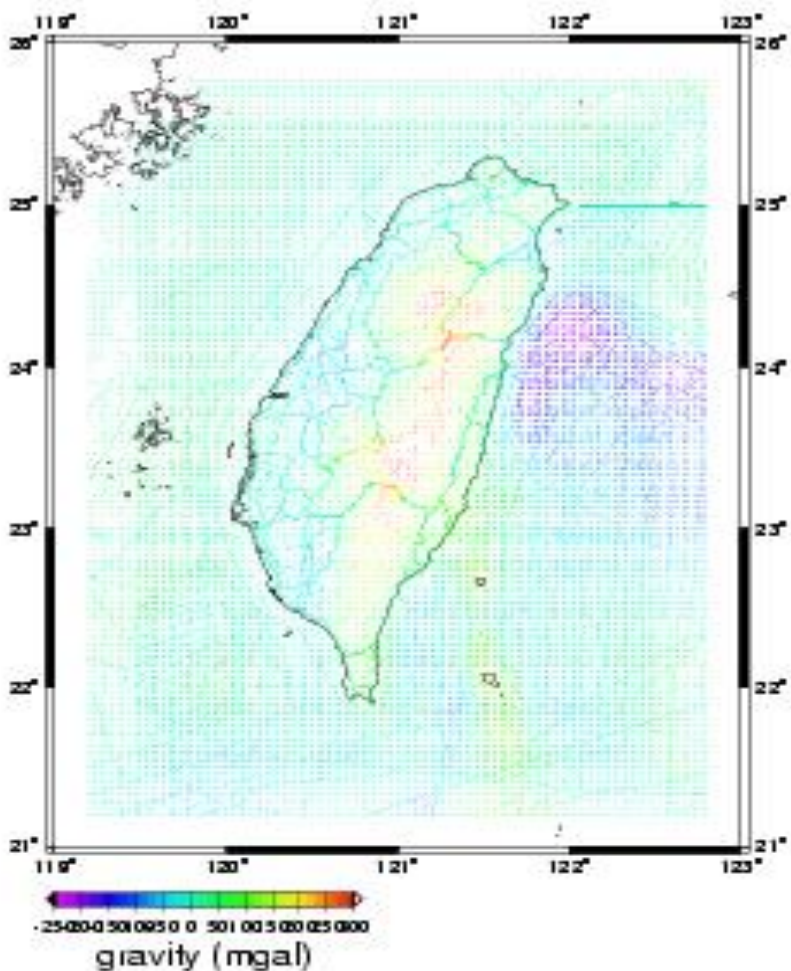


全球大地水準面模型 (EGM2008)



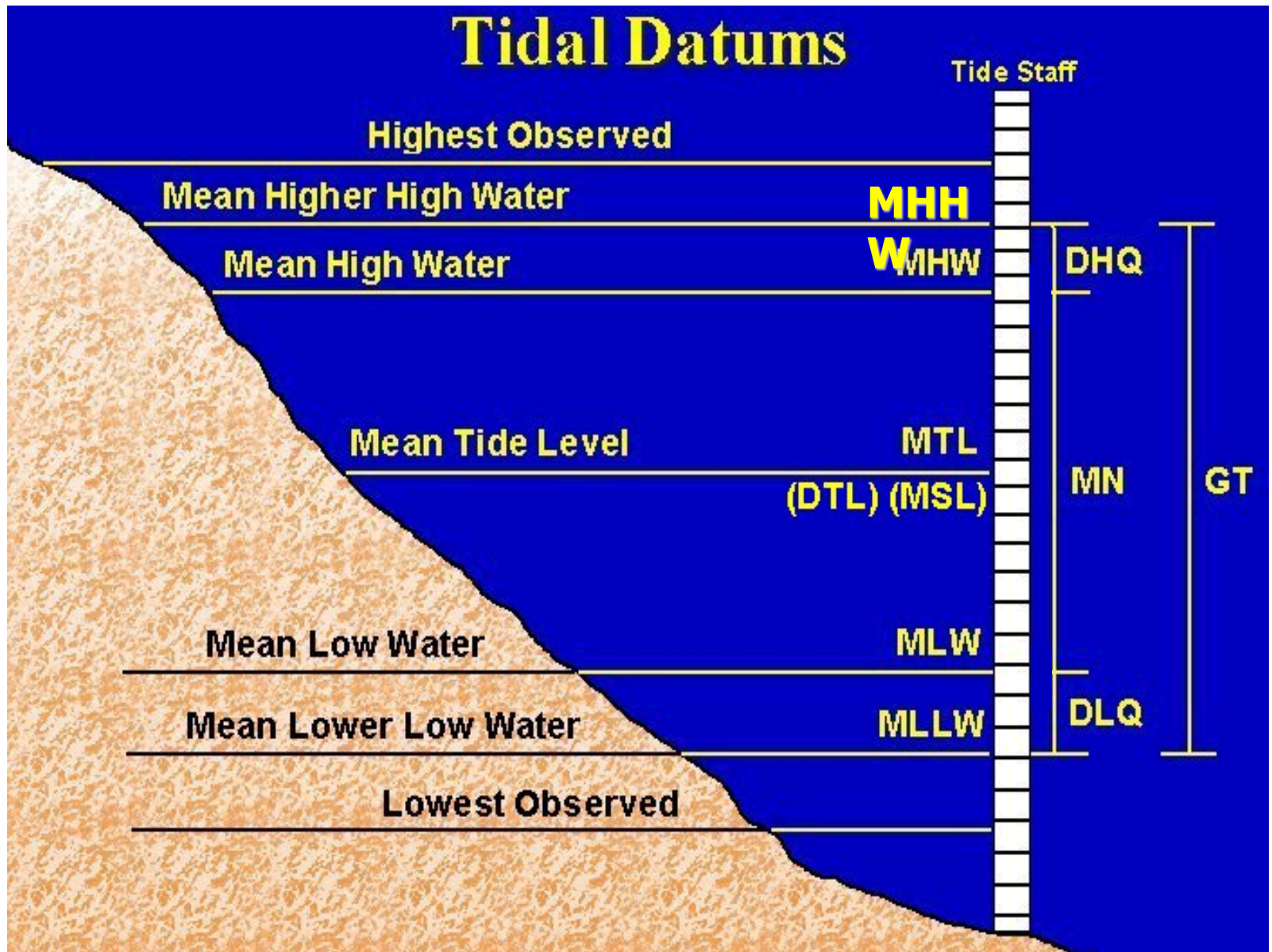


台灣大地水準面模型





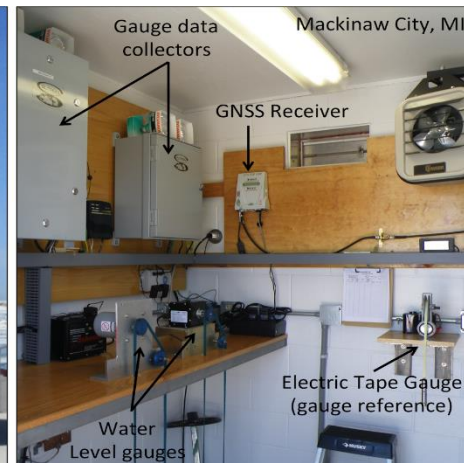
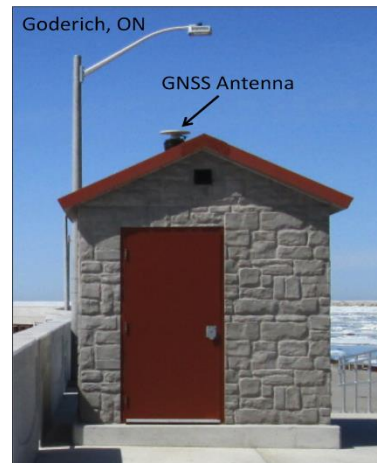
垂直基準面





TWVD2001 高程基準與水準原點 (TGBM)

採用基隆潮位站1957-1991年
潮汐資料化算得到平均海水面



新設臺灣水準原點主點 K997



新設臺灣水準原點副點 K996





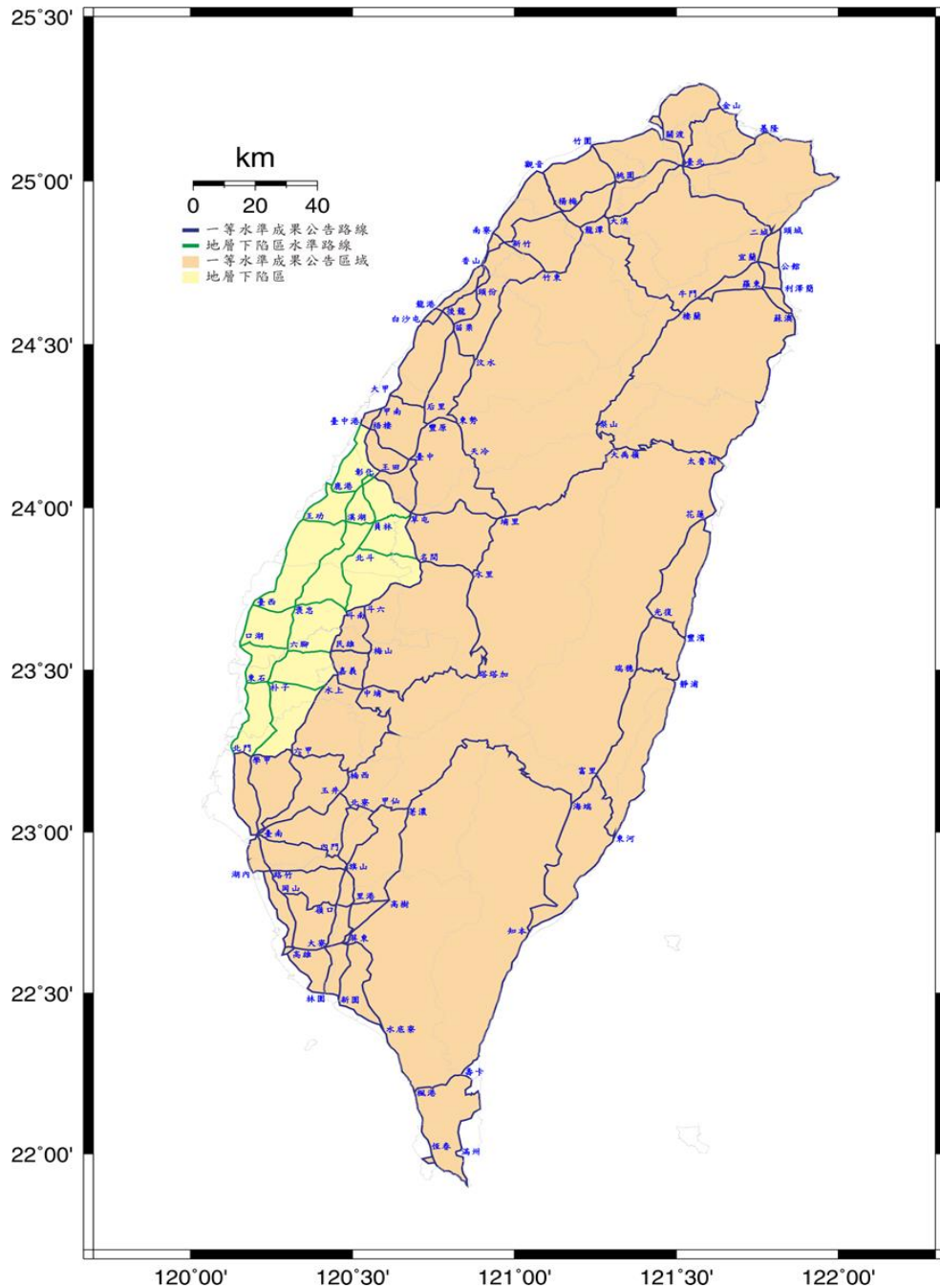
TWVD2001 高程基準

點位總數：2,715點。
 已知高程水準點個數：1個
 後驗權單位中誤差：1.268
 平差後觀測量改正數最大值：2.09mm
 平差後點位標準偏差最大值：±8.26mm

一等水準網水準測量成果點位數量統計表

	一等水準點	連測水準點	點位總數
地層下陷區(點數)	214	40	254
本次成果公告區(點數)	<u>1,926</u>	<u>535</u>	<u>2,461</u>
合計	2,140	575	2,715

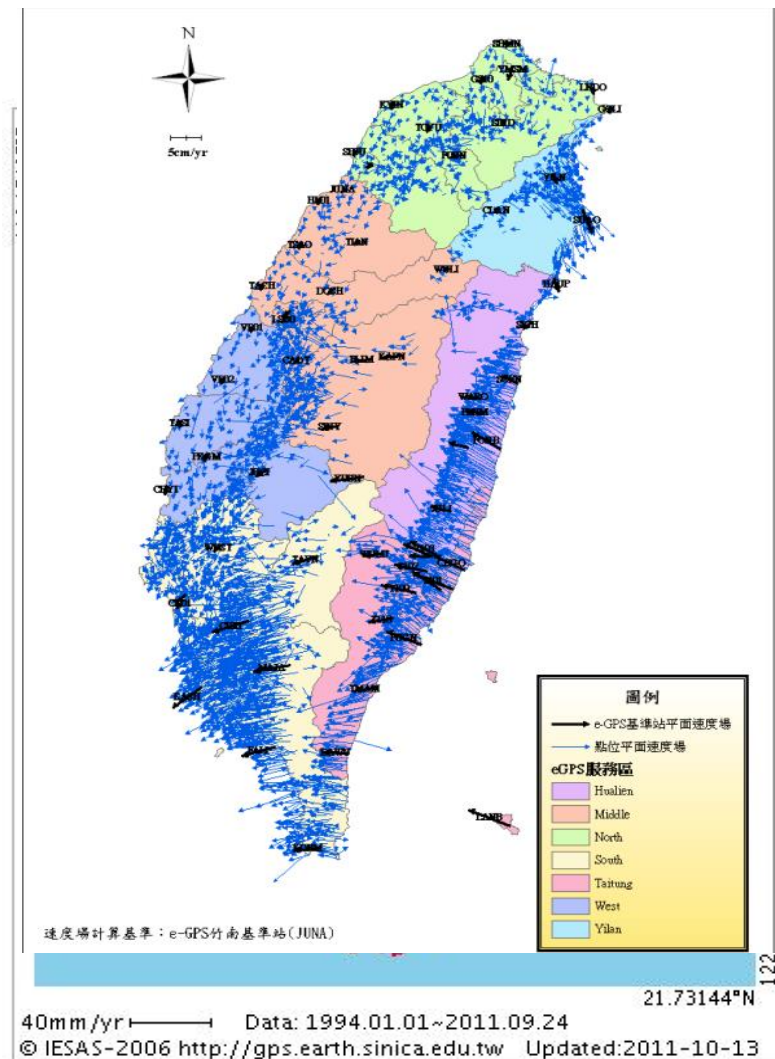
2016年檢測





TWD97坐標系統檢討

- TWD97公布及使用多年
- 板塊碰撞劇烈造成位移
- 國內各單位近年來建置許多GPS衛星追蹤站
- 莫拉克風災地區控制點檢測(98-99年)
- 北部地區控制點檢測(100年度)





TWD97(2010)坐標成果

- 定義：TWD97 @ 2010.0
 - 依國際地球參考框架(**ITRF94**)，方位採國際時間局(BIH)定義在1984.0時刻之方位。
 - 參考橢球體用**GRS80**。
 - 坐標時間點為**2010.0**時刻。
 - 地圖投影依舊





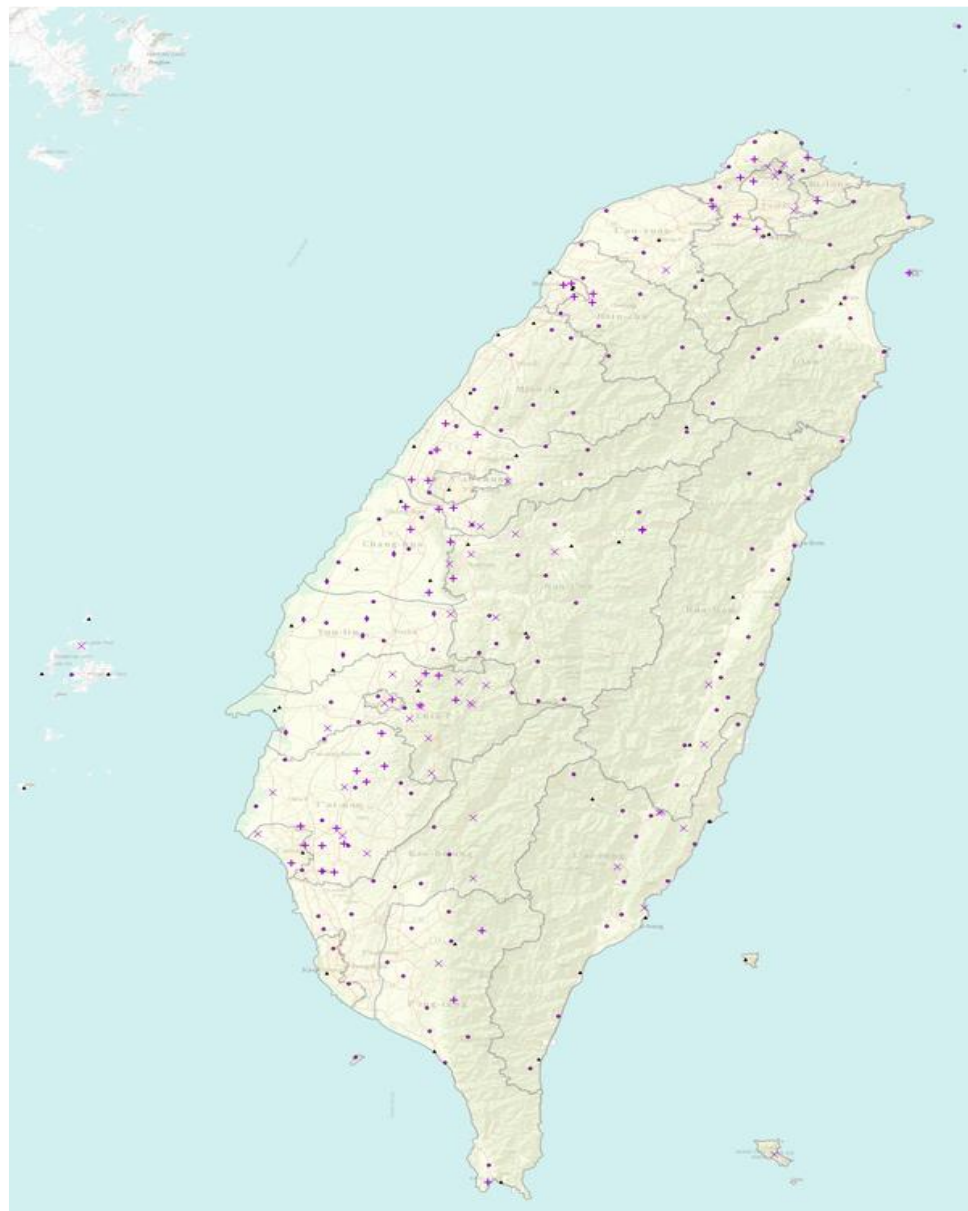
GPS連續觀測站解算說明

- 資料時間:2009年12月1日至2010年1月31日
- 固定坐標採用之國際站:SHAO、PIMO、GUAM、TSKB及KUNM
- 站數:359站 (選用306站)
- 解算軟體:Bernese 4.2 及 GAMIT 10.35
- 將全部測站分成數個子測網，子測網間皆有共同點
- 合併解算成果，取得最小自由網成果及精度
- 固定國際追蹤站坐標
- 使用 BERNESE 及 GAMIT 兩套軟體
- 轉換坐標框架 ITRF2005→ITRF2000→ITRF94(TWD97)





TWD97(2010)連續觀測站的分布

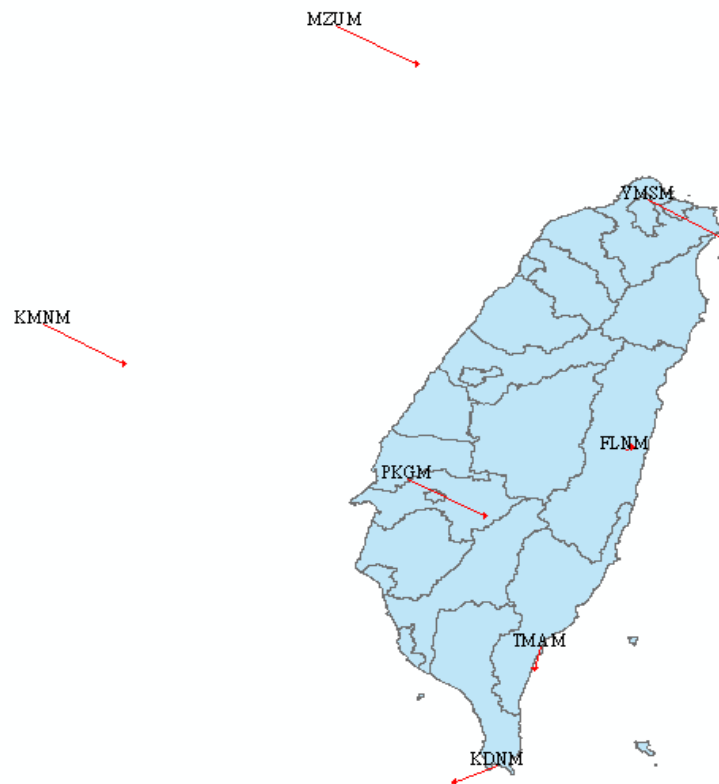




TWD97原基準站之解算分析

現有大地基準站之TWD97@2010.0與原公告TWD97坐標差異比較

點位名稱	點號	TWD97@2010-現行TWD97 坐標差值		
		縱坐標 (公分)	橫坐標 (公分)	高程 (公分)
鳳林	FLNM	1.8	4.6	-12.0
墾丁	KDNM	-10.3	-24.1	0.5
金門	KMNM	-23.6	43.5	-2.4
馬祖	MZUM	-22.0	43.1	-2.0
北港	PKGM	-21.8	41.5	-37.8
太麻里	TMAM	-13.0	-3.9	-5.1
東沙	TNSM	-23.5	41.1	1.3
陽明山	YMSM	-23.5	46.5	-3.4



TNSM

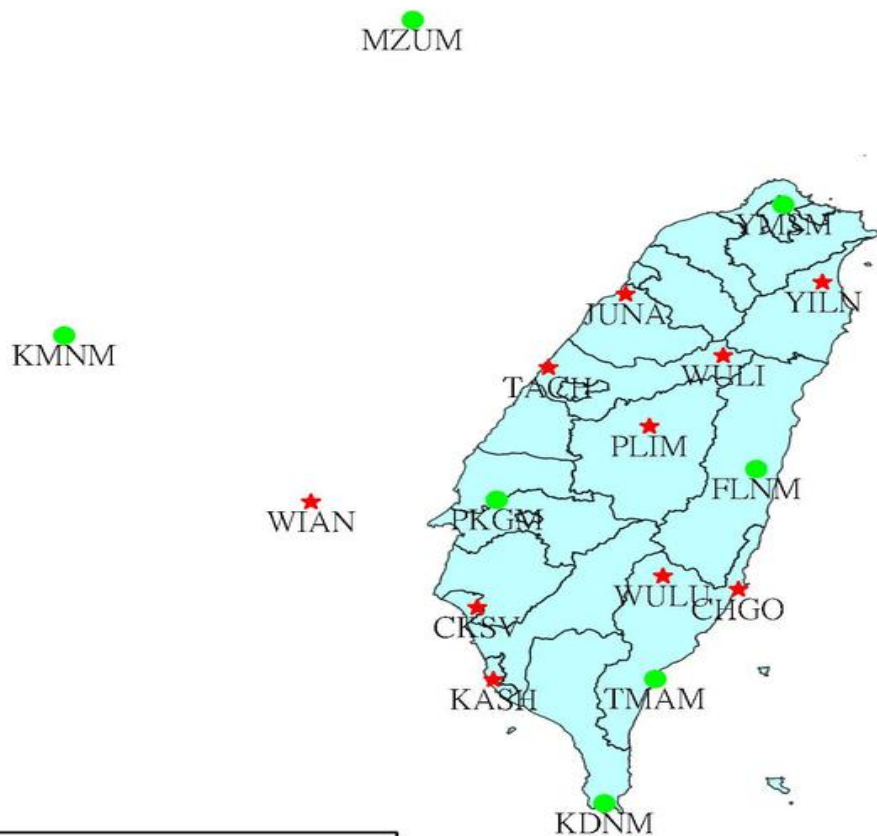




基準站重新選點之點位分布

➤ 1997 坐標系統 2010 年 成果
(TWD97[2010])

- ✓ 大地基準站 18 點
- ✓ 一等衛星(連續)控制點 219 點
- ✓ 衛星控制點計 3,013 點



大地基準站(87-88年)

大地基準站(新增)



TNSM



其它測量基準(1)

- 重力基準及重力系統:內政部 98年公告2009重力系統(Gravity System 2009, 簡稱GS2009)
- 內政部103年公告102年臺灣地區重力網重力測量成果, 計絕對重力點17點、一等、二等重力點683點及6,084點
- 內政部103年公告103年臺灣地區大地起伏模型
 - ✓ 臺灣地區大地起伏模型(TWHYGEO2014)是採用混合法大地起伏模型, 適用範圍為北緯21度至26度, 東經119度至123度所形成之矩形範圍





其它測量基準(2)

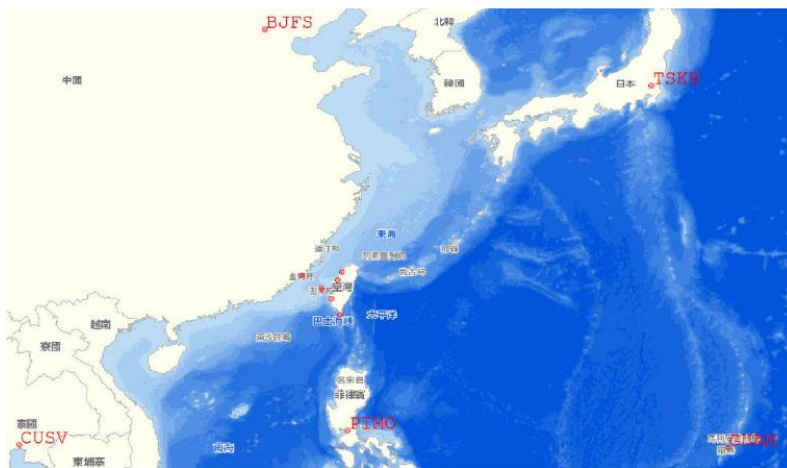
- 高程基準及高程系統:臺灣高程採用正高系統，定義在1990年1月1日標準大氣環境下，採用基隆潮位站1957年至1991年之潮汐資料化算而得，命名為2001臺灣高程基準 (TaiWan Vertical Datum 2001，簡稱TWVD2001)
- 103-104年度辦理臺灣本島2,641點(第3次檢測成果)
 - 105年4月12日公告最新TWVD2001高程值(第3次)
 - 高程基準檢測:
 - ✓臺灣水準原點高程基準網
 - ✓臺灣新水準原點(K997)高程基準網
 - ✓臺灣本島28個潮位站及離島6個潮位站
- 深度基準(垂直):製作海圖使用(最低低潮位線)





基本測量2020年成果

- 簡稱：TWD97 @ 2020.0
 - 依國際地球參考框架(**ITRF2014**)解算TWD97之2020.0成果
 - 資料期間:2019/12/1-2020/1/31 (62天)
 - GNSS連續站:418站

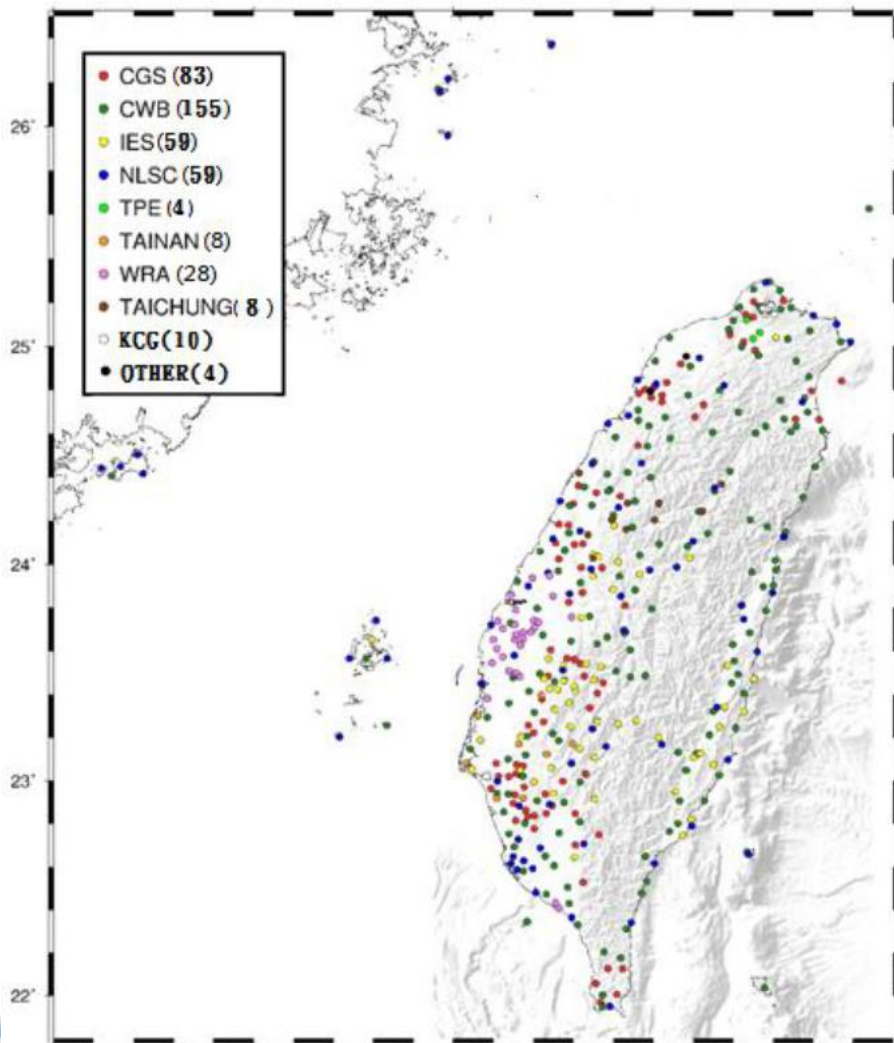


測站類型	設立/管理單位	站數	使用站數
GNSS 連續站	中央研究院 地球科學研究所	69	59
	內政部國土測繪中心	61	59
	交通部中央氣象局	177	155
	經濟部中央地質調查所	89	83
	經濟部水利署	28	28
	行政院農業委員會 林務局	2	0
	臺北市府	4	4
	新竹縣政府	1	1
	臺中市政府	10	8
	彰化縣政府	1	1
	臺南市政府	8	8
	高雄市政府	10	10
	健行科技大學	1	1
	中華電信	1	1
總計		462	418





GNSS連續站分布及控制點清查

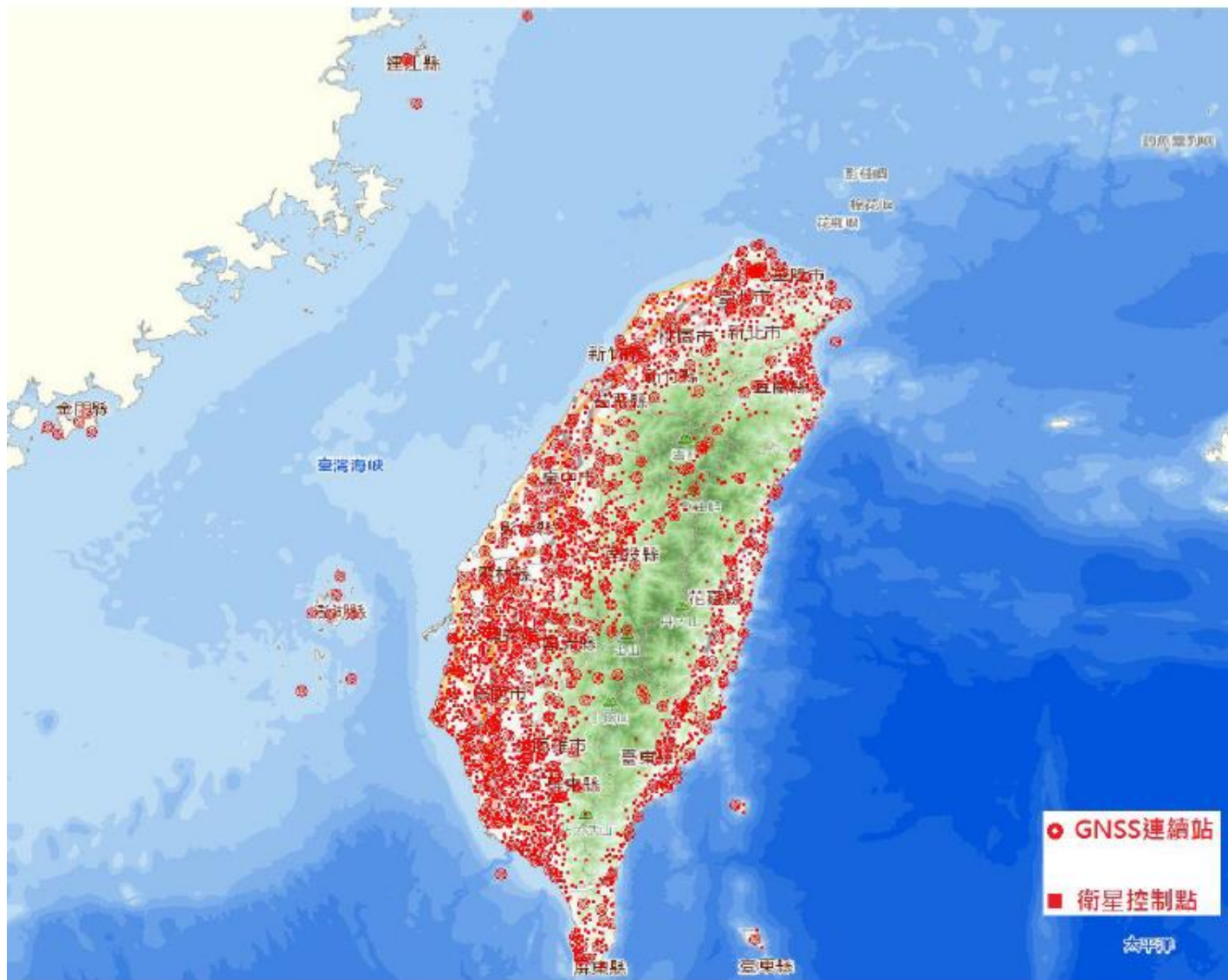


點位等級	樁標現況					總計
	良好	遺失	損毀	無法到達	無法觀測	
一等衛星控制點	100	4	0	1	0	105
二等衛星控制點	544	17	4	4	0	569
三等衛星控制點	1,710	230	64	16	24	2,044
總計	2,354	251	68	21	24	2,718





@2020 各級控制點分布位置





成果@2020各級控制點數量

項次	點位等級	數量
1	大地基準站	18
2	一等衛星控制點 (GNSS 連續站)	238
3	一等衛星控制點	100
4	二等衛星控制點	544
5	三等衛星控制點	1,710
合計		2,610

0.7%

9%

4%

21%

66%

13%





@2020與@2010之平面坐標較差

平面位移量	大地基準站及 一等衛星控制點 (GNSS 連續站)	衛星控制點數
較差 \leq 5cm	6	89
5cm < 較差 \leq 10cm	14	173
10cm < 較差 \leq 20cm	32	469
20cm < 較差 \leq 30cm	60	953
30cm < 較差 \leq 40cm	70	499
40cm < 較差 \leq 50cm	8	111
較差 \geq 50cm	9	60
小計	199	2,354

4%

7%

20%

40%

22%

5%

3%





2010-2020控制點位移

