

# 工 程 經 濟

## 投資方案之評估準則與比較 II

講員：周 富 得 博士

清雲科技大學工業工程與管理系

# 內 部 投 資 報 酬 率

? Internal Rate of Return, IRR

? 最常使用的評估方案指標

? 當滿足一個方案之所有現金流入量等於同一個方案之所有現金流出量時所運用的利率值

? 必須事先查驗在不考慮時間因素下的收入與支出總額

## 內部投資報酬率之方案評估範例

假設王先生十年前以\$50,000元購買一家上市公司的股票，該公司每年均只發放現金股利\$1,000元。領完今年現金股利之後，以\$70,000元將股票賣掉，試問王先生此項投資的內部報酬率為何？

## 內部投資報酬率之方案評估範例

解：

$$f(i) = \$70,000 + \$1,000[1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^9] - \$50,000(1+i)^{10}$$

$$f(i) = \$70,000 + \frac{\$1000[(1+i)^{10} - 1]}{i} - \$50,000(1+i)^{10}$$

$$f(5\%) = \$1,133.2 \quad f(6\%) = -\$6,361.6$$

$$f(5.5\%) = -\$2,531.9 \quad f(5.2\%) = -\$313.5$$

$$f(5.1\%) = \$413.0 \quad f(5.15\%) = \$50.6$$

$$f(5.16\%) = -\$22.1 \quad f(5.155\%) = \$14.2$$

$$f(5.157\%) = -\$0.3$$

？因此內部投資報酬率等於5.157%

## 內部投資報酬率之方案評估範例

假設某公司正在評估是否投資購買一項設備藉以改善作業效率，相關的數據資料如下所示。倘若該公司設定的MARR=16%時，試問以內部投資報酬率來評估是否值得投資此項設備？

期初成本	\$1,000,000	每年效益	\$500,000
使用年限	5年	每年費用	\$220,000
殘值	\$200,000		

# 內部投資報酬率之方案評估範例

解：

$$f(i) = \$200,000 + \$280,000[1 + (1+i) + \dots + (1+i)^4] - \$1,000,000(1+i)^5$$

$$f(i) = \$200,000 + \frac{\$280,000[(1+i)^5 - 1]}{i} - \$1,000,000(1+i)^5$$

$$f(15\%) = \$76,509.6 \quad f(17\%) = -\$28,416.0$$

$$f(16\%) = \$25,256.2 \quad f(16.5\%) = -\$1,273.0$$

$$f(16.4\%) = \$4,081.6$$

? 內部投資報酬率介於16.4%與16.5%之間，比MARR還高，因此值得投資

## 內部投資報酬率之方案評估範例

某公司正在評估運用\$10,000元的資金購買機器設備，預估此項設備五年之後的殘值為\$2,000元。往後五年當中，預計可以產生\$5,310元的營業收入但需支付\$3,000元的費用。假設該公司設定的MARR=12%時，試問此項設備以內部投資報酬率來評估是否值得購買？

## 內部投資報酬率之方案評估範例

解：

$$f(i) = \$2,310 \left[ \frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^5} \right] + \frac{\$2,000}{(1+i)^5} - \$10,000$$

$$f(i) = \frac{\$2,310[(1+i)^5 - 1]}{(1+i)^5 \cdot i} + \frac{\$2,000}{(1+i)^5} - \$10,000$$

$$f(12\%) = -\$538.1 \quad f(10\%) = -\$1.4$$

$$f(9\%) = \$285.0 \quad f(9.9\%) = \$26.6$$

? 內部投資報酬率介於10.0%與9.9%之間，  
比MARR還低，因此不值得投資

## 內部投資報酬率之方案評估作業

某公司為了節省能源而投資\$77,000元來改善設備，往後五年分別可以節省\$38,000元、\$32,000元、\$26,000元、\$20,000元以及\$14,000元。試計算此項改善方案的內部投資報酬率？

# 內部投資報酬率之方案評估作業

解：

$$f(i) = \$14,000 + \$20,000(1+i) + \$26,000(1+i)^2 + \$32,000(1+i)^3 \\ + \$38,000(1+i)^4 - \$77,000(1+i)^5$$

$$f(20\%) = \$17,932.2 \quad f(30\%) = -\$23,119.8$$

$$f(25\%) = -\$86.9 \quad f(24.9\%) = \$320.2$$

? 內部投資報酬率介於24.9%與25.0%之間

## 內部投資報酬率之方案評估作業

某公司正在評估投資\$25,000元購買新的設備來改善生產力，預估每一年可以提高產值\$8,000元，五年之後此設備的殘值等於\$5,000元。假設該公司設定的MARR=20%時，試以內部投資報酬率來評估是否值得購買此項設備？

# 內部投資報酬率之方案評估作業

解：

$$f(i) = \$5,000 + \$8,000[1 + (1+i) + \dots + (1+i)^4] - \$25,000(1+i)^5$$

$$f(i) = \$5,000 + \frac{\$8,000[(1+i)^5 - 1]}{i} - \$25,000(1+i)^5$$

$$f(20\%) = \$2,324.8 \quad f(25\%) = -\$5,637.7$$

$$f(23\%) = -\$2,241.6 \quad f(21\%) = \$870.4$$

$$f(22\%) = -\$651.0$$

? 內部投資報酬率介於21.0%與22.0%之間，比MARR還高，因此值得投資

## 內部投資報酬率之方案評估作業

大雄購買一套音樂CD，價值\$10,000元。頭期款先付\$2,500元，其餘款項以年息12%之一年12期分期付款方式償付，試問大雄購買此套音樂CD的每年實質年利率為何？

# 內部投資報酬率之方案評估作業

解：

$$\text{貸款金額： } \$10,000 - \$2,500 = \$7,500$$

$$\text{支付金額： } \$7,500 + \$7,500 \times 12\% = \$8,400$$

$$\text{每期實際支付金額： } \frac{\$8,400}{12} = \$700$$

$$f(i) = \$700 \left[ \frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{12}} \right] - \$7,500$$

$$f(i) = \frac{\$700[(1+i)^{12} - 1]}{(1+i)^{12} \cdot i} - \$7,500$$

$$f(1\%) = \$378.6 \quad f(2\%) = -\$97.3 \quad f(1.5\%) = \$15.3$$

$$f(1.7\%) = \$41.0 \quad f(1.8\%) = -\$5.5 \quad f(1.78\%) = \$3.8$$

$$f(1.79\%) = -\$0.9$$

$$\text{實質年利率： } (1+1.79\%)^{12} - 1 = 23.73\%$$

## 內部投資報酬率之方案評估範例

假設某公司有兩個互斥的投資方案A與B，  
規畫年限均為四年，相關的數據資料如下  
所示。假設MARR=10%時，試問該公司以  
內部投資報酬率來評估投資方案，應該採  
取何種決策？

	投資方案A	投資方案B
期初投資	\$60,000	\$73,000
每年效益	\$22,000	\$26,100

# 內部投資報酬率之方案評估範例

解：

計算個別方案的內部投資報酬率

投資方案A：

$$f_A(i) = \$22,000 \left[ \frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^4} \right] - \$60,000$$

$$f_A(i) = \frac{\$22,000[(1+i)^4 - 1]}{(1+i)^4 \cdot i} - \$60,000$$

$$f_A(10\%) = \$9,737.0 \quad f_A(15\%) = \$2,809.5 \quad f_A(20\%) = -\$3,047.8$$

投資方案B：

$$f_B(i) = \$26,100 \left[ \frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^4} \right] - \$73,000$$

$$f_B(i) = \frac{\$26,100[(1+i)^4 - 1]}{(1+i)^4 \cdot i} - \$73,000$$

$$f_B(10\%) = \$9,733.5 \quad f_B(15\%) = \$1,514.9 \quad f_B(20\%) = -\$5,434.0$$

## 內部投資報酬率之方案評估範例

兩個方案的內部投資報酬率均大於  $MARR$

根據投資金額大小排序，以投資方案  $A$  作為基礎方案  
評估投資方案  $B$

$$f_{B-A}(i) = \$4,100 \left[ \frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^4} \right] - \$13,000$$

$$f_{B-A}(i) = \frac{\$4,100[(1+i)^4 - 1]}{(1+i)^4 \cdot i} - \$13,000$$

$$f_{B-A}(10\%) = -\$3.6 \quad f_{B-A}(9\%) = \$282.9$$

內部投資報酬率低於  $MARR$ ，拒絕投資方案  $B$

因此表示要選擇執行投資方案  $A$

## 內部投資報酬率之方案評估作業

兩個互斥的投資方案，相關的數據資料如下所示。假設使用年限均為20年且年利率等於10%時，試問以內部投資報酬率來評估投資方案應該如何執行？

	投資方案A	投資方案B
初期投資金額	\$110,000	\$200,000
每年費用	\$12,500	\$45,000
每年效益	\$37,500	\$80,000

# 內部投資報酬率之方案評估作業

解：

計算個別方案的內部投資報酬率

投資方案A：

$$f_A(i) = \$25,000 \left[ \frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{20}} \right] - \$110,000$$

$$f_A(i) = \frac{\$25,000[(1+i)^{20} - 1]}{(1+i)^{20} \cdot i} - \$110,000$$

$$f_A(10\%) = \$102,839.1 \quad f_A(15\%) = \$46,483.3$$

$$f_A(20\%) = \$11,739.5 \quad f_A(25\%) = -\$11,152.9$$

投資方案B：

$$f_B(i) = \$35,000 \left[ \frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{20}} \right] - \$200,000$$

$$f_B(i) = \frac{\$35,000[(1+i)^{20} - 1]}{(1+i)^{20} \cdot i} - \$200,000$$

$$f_B(10\%) = \$97,974.7 \quad f_B(15\%) = \$19,076.6$$

$$f_B(20\%) = -\$29,564.7$$

## 內部投資報酬率之方案評估作業

兩個方案的內部投資報酬率均大於MARR

根據投資金額大小排序，以投資方案A作為基礎方案  
評估投資方案B

$$f_{B-A}(i) = \$10,000 \left[ \frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{20}} \right] - \$90,000$$

$$f_{B-A}(i) = \frac{\$10,000[(1+i)^{20} - 1]}{(1+i)^{20} \cdot i} - \$90,000$$

$$f_{B-A}(10\%) = -\$4,864.4 \quad f_{B-A}(9\%) = \$1,285.4$$

內部投資報酬率低於MARR，拒絕投資方案B

因此表示要選擇執行投資方案A

## 內部投資報酬率之方案評估作業

假設某公司正在評估六個互斥方案，使用年限均為十年且無任何殘值，相關的數據資料如下所示。倘若該公司的MARR=10%時，試問以內部投資報酬率來評估應該作何決策？

	方案A	方案B	方案C	方案D	方案E	方案F
初期投資	\$900	\$1,500	\$2,500	\$4,000	\$5,000	\$7,000
每年效益	\$150	\$276	\$400	\$925	\$1,125	\$1,425

# 內部投資報酬率之方案評估作業

解：

計算個別方案的內部投資報酬率

投資方案 A：

$$f_A(i) = \$150 \left[ \frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{10}} \right] - \$900$$

$$f_A(i) = \frac{\$150[(1+i)^{10} - 1]}{(1+i)^{10} \cdot i} - \$900$$

$$f_A(10\%) = \$21.7 \quad f_A(15\%) = -\$147.2$$

投資方案 B：

$$f_B(i) = \$276 \left[ \frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{10}} \right] - \$1,500$$

$$f_B(i) = \frac{\$276[(1+i)^{10} - 1]}{(1+i)^{10} \cdot i} - \$1,500$$

$$f_B(10\%) = \$195.9 \quad f_B(15\%) = -\$114.8$$

投資方案 C：

$$f_C(i) = \$400 \left[ \frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{10}} \right] - \$2,500$$

$$f_C(i) = \frac{\$400[(1+i)^{10} - 1]}{(1+i)^{10} \cdot i} - \$2,500$$

$$f_C(10\%) = -\$42.2 \quad f_C(9\%) = \$67.1$$

# 內部投資報酬率之方案評估作業

投資方案D：

$$f_D(i) = \$925 \left[ \frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{10}} \right] - \$4,000$$

$$f_D(i) = \frac{\$925[(1+i)^{10} - 1]}{(1+i)^{10} \cdot i} - \$4,000$$

$$f_D(10\%) = \$1,683.7 \quad f_D(20\%) = -\$122.0$$

投資方案E：

$$f_E(i) = \$1,125 \left[ \frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{10}} \right] - \$5,000$$

$$f_E(i) = \frac{\$1,125[(1+i)^{10} - 1]}{(1+i)^{10} \cdot i} - \$5,000$$

$$f_E(10\%) = \$1,912.6 \quad f_E(20\%) = -\$283.5$$

投資方案F：

$$f_F(i) = \$1,425 \left[ \frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{10}} \right] - \$7,000$$

$$f_F(i) = \frac{\$1,425[(1+i)^{10} - 1]}{(1+i)^{10} \cdot i} - \$7,000$$

$$f_F(10\%) = \$1,756.0 \quad f_F(20\%) = -\$1,025.7$$

六個方案中除了方案C之外，其餘的內部報酬率均大於MARR

# 內部投資報酬率之方案評估作業

根據投資金額大小排序，以投資方案 A 作為基礎方案  
評估投資方案 B

$$f_{B-A}(i) = \$126 \left[ \frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{10}} \right] - \$600$$

$$f_{B-A}(i) = \frac{\$126[(1+i)^{10} - 1]}{(1+i)^{10} \cdot i} - \$600$$

$$f_{B-A}(10\%) = \$174.2 \quad f_{B-A}(20\%) = -\$71.7$$

內部投資報酬率高於 MARR，接受投資方案 B

因此表示要選擇以投資方案 B 作為基礎方案

評估投資方案 D

$$f_{D-B}(i) = \$649 \left[ \frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{10}} \right] - \$2,500$$

$$f_{D-B}(i) = \frac{\$649[(1+i)^{10} - 1]}{(1+i)^{10} \cdot i} - \$2,500$$

$$f_{D-B}(10\%) = \$1,487.8 \quad f_{D-B}(25\%) = -\$182.7$$

內部投資報酬率高於 MARR，接受投資方案 D

因此表示要選擇以投資方案 D 作為基礎方案

# 內部投資報酬率之方案評估作業

評估投資方案E

$$f_{E-D}(i) = \$200 \left[ \frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{10}} \right] - \$1,000$$

$$f_{E-D}(i) = \frac{\$200[(1+i)^{10} - 1]}{(1+i)^{10} \cdot i} - \$1,000$$

$$f_{E-D}(10\%) = \$228.9 \quad f_{E-D}(20\%) = -\$161.5$$

內部投資報酬率高於MARR，接受投資方案E

因此表示要選擇以投資方案E作為基礎方案

評估投資方案F

$$f_{F-E}(i) = \$300 \left[ \frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{10}} \right] - \$2,000$$

$$f_{F-E}(i) = \frac{\$300[(1+i)^{10} - 1]}{(1+i)^{10} \cdot i} - \$2,000$$

$$f_{F-E}(10\%) = -\$156.6 \quad f_{F-E}(8\%) = \$13.0$$

內部投資報酬率低於MARR，拒絕投資方案F

因此表示要選擇執行投資方案E

## 內部投資報酬率之方案評估範例

某公司有兩個互斥的投資方案A與B，相關的數據資料如下所示。假設該公司的每年最低可接受報酬率設定為10%時，試問該公司運用內部投資報酬率來評估後要如何執行投資方案？

	投資方案A	投資方案B
初期投資金額	\$3,500	\$5,000
每年收入	\$1,900	\$2,500
每年支出	\$645	\$1,020
使用年限	4年	6年

# 內部投資報酬率之方案評估範例

解：

計算個別方案的內部投資報酬率

投資方案A：

$$f_A(i) = \$1,900 - \$645 - \frac{\$3,500 \cdot i \cdot (1+i)^4}{(1+i)^4 - 1}$$

$$f_A(i) = \$1,255 - \frac{\$3,500 \cdot i \cdot (1+i)^4}{(1+i)^4 - 1}$$

$$f_A(10\%) = \$150.9 \quad f_A(15\%) = \$29.1 \quad f_A(20\%) = -\$97.0$$

投資方案B：

$$f_B(i) = \$2,500 - \$1,020 - \frac{\$5,000 \cdot i \cdot (1+i)^6}{(1+i)^6 - 1}$$

$$f_B(i) = \$1,480 - \frac{\$5,000 \cdot i \cdot (1+i)^6}{(1+i)^6 - 1}$$

$$f_B(10\%) = \$332.0 \quad f_B(15\%) = \$158.8 \quad f_B(20\%) = -\$23.5$$

# 內部投資報酬率之方案評估範例

兩個方案的內部投資報酬率均大於MARR

根據投資金額大小排序，以投資方案A作為基礎方案

評估投資方案B

$$f_{B-A}(i) = \$1,480 - \$1,255 - \frac{\$5,000 \cdot i \cdot (1+i)^6}{(1+i)^6 - 1} + \frac{\$3,500 \cdot i \cdot (1+i)^4}{(1+i)^4 - 1}$$

$$f_{B-A}(i) = \$225 - \frac{\$5,000 \cdot i \cdot (1+i)^6}{(1+i)^6 - 1} + \frac{\$3,500 \cdot i \cdot (1+i)^4}{(1+i)^4 - 1}$$

$$f_{B-A}(10\%) = \$225 - \$1,148.0 + \$1,104.1 = \$181.1$$

$$f_{B-A}(20\%) = \$225 - \$1,503.5 + \$1,352.0 = \$73.5$$

$$f_{B-A}(30\%) = \$225 - \$1,892.0 + \$1,615.7 = -\$51.3$$

內部投資報酬率高於MARR，接受投資方案B

因此表示要選擇執行投資方案B

## 內部投資報酬率之方案評估作業

兩個互斥的投資方案，相關的數據資料如下所示。假設年利率等於9%時，試問以內部投資報酬率來評估投資方案應該如何執行？

	投資方案A	投資方案B
初期投資金額	\$750,000	\$625,000
每年費用	\$120,000	\$110,000
每年效益	\$245,000	\$230,000
使用年限	35年	25年

# 內部投資報酬率之方案評估作業

解：

計算個別方案的內部投資報酬率

投資方案A：

$$f_A(i) = \$245,000 - \$120,000 - \frac{\$750,000 \cdot i \cdot (1+i)^{35}}{(1+i)^{35} - 1}$$

$$f_A(i) = \$125,000 - \frac{\$750,000 \cdot i \cdot (1+i)^{35}}{(1+i)^{35} - 1}$$

$$f_A(9\%) = \$54,023.1 \quad f_A(15\%) = \$11,648.9 \quad f_A(20\%) = -\$25,254.4$$

投資方案B：

$$f_B(i) = \$230,000 - \$110,000 - \frac{\$625,000 \cdot i \cdot (1+i)^{25}}{(1+i)^{25} - 1}$$

$$f_B(i) = \$120,000 - \frac{\$625,000 \cdot i \cdot (1+i)^{25}}{(1+i)^{25} - 1}$$

$$f_B(9\%) = \$56,371.1 \quad f_B(15\%) = \$23,312.9 \quad f_B(20\%) = -\$6,324.2$$

# 內部投資報酬率之方案評估作業

兩個方案的內部投資報酬率均大於MARR

根據投資金額大小排序，以投資方案B作為基礎方案

評估投資方案A

$$f_{A-B}(i) = \$125,000 - \$120,000 - \frac{\$750,000 \cdot i \cdot (1+i)^{35}}{(1+i)^{35} - 1} + \frac{\$625,000 \cdot i \cdot (1+i)^{25}}{(1+i)^{25} - 1}$$

$$f_{A-B}(i) = \$5,000 - \frac{\$750,000 \cdot i \cdot (1+i)^{35}}{(1+i)^{35} - 1} + \frac{\$625,000 \cdot i \cdot (1+i)^{25}}{(1+i)^{25} - 1}$$

$$f_{A-B}(9\%) = \$5,000 - \$70,976.9 + \$63,628.9 = -\$2,348.0$$

$$f_{A-B}(5\%) = \$5,000 - \$45,803.8 + \$44,345.3 = \$3,541.5$$

$$f_{A-B}(7\%) = \$5,000 - \$57,925.5 + \$53,631.6 = \$706.1$$

內部投資報酬率低於MARR，拒絕投資方案A

因此表示要選擇執行投資方案B

# 內部投資報酬率之方案評估

## 內部投資報酬率的問題點：

- 1 提前回收的資金在期間內均可以以此內部投資報酬率再行投資產生效益（此種前提假設有時並不切合實際）
- 1 必須利用內差法重複計算，過程繁複
- 1 求解過程中，會面臨多組解的狀況

課程講授完畢

謝謝！