



現值與高登模型

「朝三暮四」和「朝四暮三」，只是早上和傍晚的數量對調而已，總量並未改變，但猴子自以為是的滿足。然而「朝三暮四」和「朝四暮三」真的一樣嗎？



24美元 你也能買下曼哈頓島

- 1626年，荷屬美洲新尼德蘭省總督Peter Minuit花了大約24美元從印第安人手中買下了曼哈頓島。而到2000年1月1日，曼哈頓島的價值已經達到了約2.5萬億美元。



MANHATTAN

NEW YORK



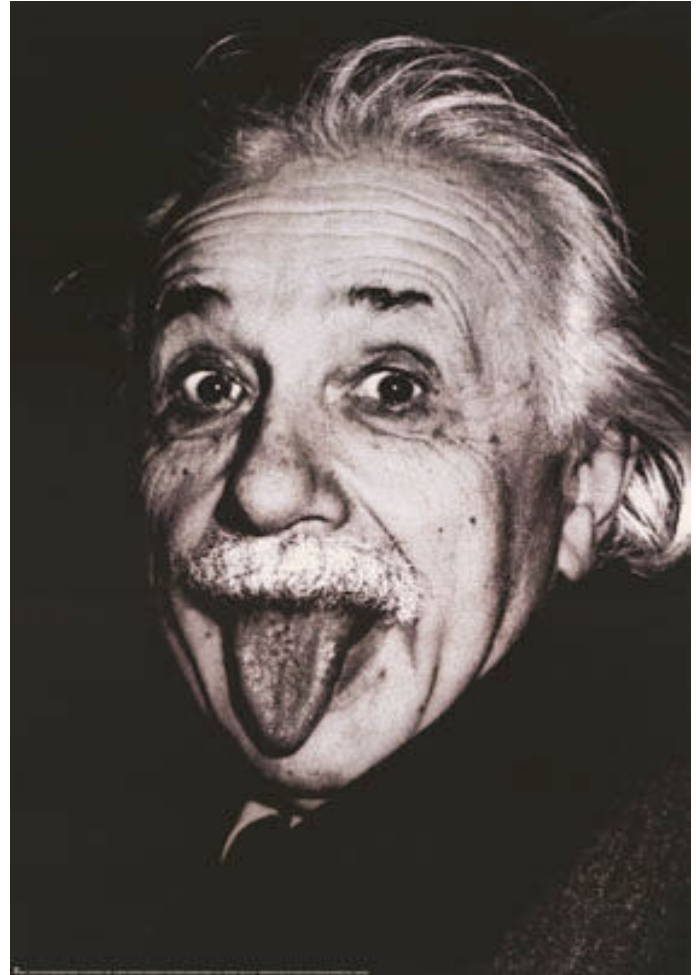
你也可以成為地產大亨

- 如果當時的印第安人拿著這24美元去投資，按照11%(美國近70年股市的平均投資收益率)的投資收益計算，到2000年，這24美元將變成2380000億美元，遠遠高於曼哈頓島的價值2.5萬億，幾乎是其現在價值的十萬倍。



複利的魔力

- 愛因斯坦說過：「宇宙間最大的能量是複利，世界的第八大奇跡是複利」。一個不大的基數，以一個即使很微小的量增長，假以時日，都將膨脹為一個龐大的天文數字。



向愛因斯坦看齊

- 如果從20歲開始，每個月拿出100元去投資基金，以後每個月都不間斷的投入100元，也就是定期定額，按照每年10%的投資收益計算，到60歲的時候，就會有六十三萬七千八百元。



$$\text{現值} \times (1 + r)^n = \text{終值}$$

上式中， r 為利率， n 為投資的年數。

根據上面的例子說明，我們可將現值公式寫為：

$$\text{現值} = \frac{\text{終值}}{(1 + r)^n}$$

1

終值、現值與複利

Q：從本章前言觀察，猴子是聰明的嗎？



A：

	朝	暮	現值PV
朝三暮四	3	4	$3+4/(1+r)$
朝四暮三	4	3	$4+3/(1+r)$

差異， $4 + 3/(1+r) - 3 + 4/(1+r)$

$= 1 - 1/(1+r) > 0$ if $r > 0$

年金與永續年金

定期定額購買基金與債券每年或每半年固定支付利息，這種每期期末都有相同的現金流量稱為**年金(annuity)**。若現金流量一直下去持續到永遠，就叫做**永續年金(perpetuity)**。

年金與永續年金

年金現值的簡易公式：

$$\text{年金現值} = C \times \left[\frac{1 - 1/(1+r)^t}{r} \right]$$

上式中的 C 為每年的現金流量， r 為報酬率或利率，而 t 為期數，令 $t = \infty$ 時，可以得到永續年金公式 $= \frac{C}{r}$ 。

年金與永續年金

年金終值的公式：

$$\text{年金終值} = C \times \left[\frac{(1+r)^t - 1}{r} \right]$$

上式中的 t 為期數， r 為利率， C 為年金的現金流量， $[(1+r)^t - 1]/r$ 為年金因子。

終值、現值與複利

Q：小資女安心亞計畫每年存2,000美元至花旗銀行的退休基金帳戶。保證年報酬率8%，安心亞決定工作30年退休，屆時他可領回多少錢？

A：30年期，每年2,000美元的年金終值為：

年金終值

$$= \$2,000 \times 113.2832$$

$$= \$226,566$$

終值、現值與複利

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data in the PRICE function dialog box:

Parameter	Cell Reference	Value
Settlement	B1	40614
Maturity	B2	42641
Rate	B3	0.014
Yld	B4	0.02
Redemption	B5	100

The calculated result is 97.17192429.

The background spreadsheet shows the following data:

Row	Column	Text	Value
1	A	買入結算日	2011/9/28
2	A	到期日	2016/9/28
3	A	票面利率	0.014
4	A	到期收益率	0.02
5	A	面額	100
6	A	票息支付頻率	1
6	C		97.17192
6	D		B5,B6

圖5-6 年金終值

淨現值(Net Present Value, NPV)

係指一個投資市場價值與其成本間的差額。

Q：假設鴻海每年的現金收益是20,000萬元，現金成本(包括稅)為14,000萬元。在8年後關閉工廠，殘值為2,000萬元。這個投資專案一開始時需要30,000萬元的成本，假如使用15%的折現率。這是一項好投資嗎？

淨現值

A：每年固定有現金收入20,000萬-\$14,000萬
=\$6,000萬，共8年，和一個8年後2,000萬
元的流入。

現值

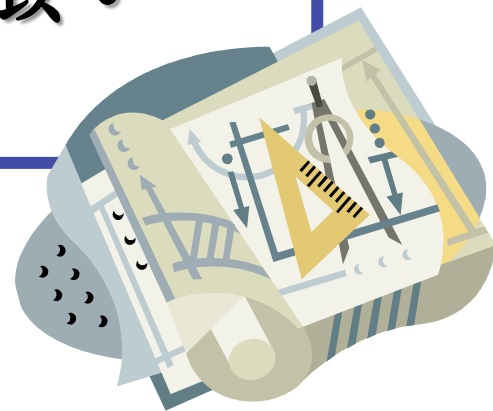
$$=\$6,000 \times \left[1 - \left(\frac{1}{1.15^8} \right) \right] / 0.15 + \left(\frac{2,000}{1.15^8} \right)$$

$$NPV = -\$30,000 + \$27,578 = -\$2,422$$

淨現值法則

接受正淨現值投資方案，
否決負淨現值的投資方案。

如果淨現值正好是零，
接受或否決該投資方案都可以。

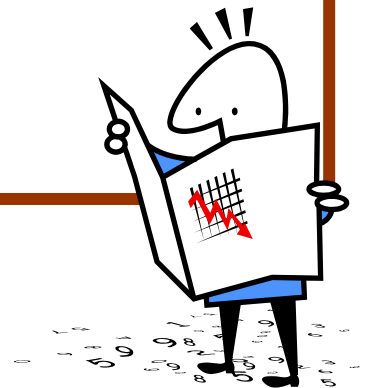


內部報酬率(Internal Rate of Return, IRR)

內部報酬率是使投資淨現值等於零的折現率。

IRR 法則

如果一項投資的IRR超過所要求的報酬率，就接受該投資案；否則就拒絕。



內部報酬率 V.S. 淨現值法則

內部報酬率的優點是它很清楚地告訴投資人投資的報酬率應該是多少。淨現值法則則要求投資人必須自己找到適當的折現率，不同水準的折現率將會導到投資方案可能接受或拒絕的相反結果。IRR不僅能為投資人排憂解惑，更能夠求算各種事物的預期報酬率。

股利折現模型(Dividend Discount Model)

$$V_0 = \frac{D_1}{1+R} + \frac{D_2}{(1+R)^2} + \frac{D_3}{(1+R)^3} + \frac{D_4}{(1+R)^4} + \dots$$

今天的股票價格等於未來所有未來股利現值的加總。

固定成長股利折現模型

假設股利以固定成長率(g)逐年增加，預期未來股利為：

$$D_1 = D_0(1 + g)$$

$$D_2 = D_1(1 + g) = D_0(1 + g)^2$$

$$D_3 = D_2(1 + g) = D_0(1 + g)^3$$

將這些股利代入股利折現模型，可得

$$V_0 = \frac{D_0(1 + g)}{1 + R} + \frac{D_0(1 + g)^2}{(1 + R)^2} + \frac{D_0(1 + g)^3}{(1 + R)^3} + \dots$$

固定成長股利折現模型

$$V_0 = \frac{D_0(1+g)}{R-g} = \frac{D_1}{R-g} \quad (5-8)$$

上式即為固定成長股利折現模型(*constant growth DDM*)或高登模型(*Gordon model*)。

兩階段股利折現模型

$$V_0 = \sum_{i=1}^n \frac{D_0(1+g_1)^t}{(1+R_1)^t} + \frac{P_n}{(1+R_2)^n} \quad (5-9)$$

上式中，

D_0 = 最近一期的現金股利金額

g_1 = 第一階段的股利成長率

n = 第一階段的期數

P_n = 第一階段結束時的股價

R = 股票應有的報酬率

兩階段股利折現模型

依據固定成長的股利折現模型，式(5-9)中，第一階段結束時的股價 P_n 可寫成

$$P_n = \frac{D_n = (1 + g)^{n-1} D_0}{D_{n+1} = D_n(1 + g_2)}$$

其中 R_2 和 g_2 分別代表第二階段股票應有的報酬率及股利成長率。

債券價值



若到期日為 T ，而到期收益率為 r ，債券價值可寫成：

$$\text{債券價值} = \sum_{t=1}^T \frac{\text{票息}}{(1+r)^t} + \frac{\text{面額}}{(1+r)^T}$$

Q：台積001A的票息是1.4，面額為100，而t為5年。台積電公司債的合理價格為何？是否投資？

A：台積電公司債的合理價格為：

$$P = \sum_{t=1}^5 \frac{\$1.4}{(1 + 2\%)^t} + \frac{\$100}{(1 + 2\%)^5} = \$97.17$$

台積001A的市場價格為\$97.17，低於債券面額。阿基師不應該買台積001A。

到期收益率(Yield to Maturity, YTM)

使債券給付金額現值等於債券價格的折現率。

以台積001A為例，買進價格是98元，票面利率1.4%，到期日為5年，其到期收益率可由下式推導而得：

$$\$98 = \sum_{t=1}^5 \frac{\$1.4}{(1+r)^t} + \frac{\$100}{(1+r)^5}$$

上式中的折現率 r 即為到期收益率， $YTM=1.82\%$

債券折價或溢價

 溢價債券：

票面利率 $>$ 當期收益率 $>$ 到期收益率

 平價債券：

票面利率 $=$ 當期收益率 $=$ 到期收益率

 折價債券：

票面利率 $<$ 當期收益率 $<$ 到期收益率

贖回收益率(Yield to Call, YTC)

在贖回價格下，使債券給付金額與債券價格相等的折現率。

$$\text{債券價格} = \sum_{t=1}^T \frac{\text{票息}}{(1+r)^t} + \frac{\text{贖回價格}}{(1+r)^T}$$

上式中的折現率 r 即為贖回收益率YTC。而 T 為債券最早可贖回年限。